

EL CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS: MTSK

Aguilar, A., Carreño, E., Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L., Escudero, D., Flores, E.,
Flores, P., Montes, M., Rojas, N.

alaguilargon@gmail.com, emma.carreno@udep.pe, carrillo@uhu.es, climent@uhu.es,
lcarlos@uhu.es, eadinazar@gmail.com, ericflome@gmail.com, pflores@ugr.es,
miguel.montes@ddcc.uhu.es, nielka001@gmail.com

Universidad de Huelva y Universidad de Granada (España)

Tema: Formación del Profesorado de Matemática. Formación y actualización del profesorado (IV.2)

Modalidad: Comunicación Breve (CB)

Nivel: Formación y actualización docente (5)

Palabras clave: Conocimiento especializado; profesor de matemáticas; modelo de conocimiento

Resumen:

Se presenta un modelo de conocimiento del profesor de matemáticas, fruto del refinamiento del modelo propuesto por Ball et al. (2008). Este modelo de conocimiento profesional (Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán, en prensa) pretende avanzar en el análisis y la conceptualización del conocimiento específico que el profesor posee o podría poseer para la enseñanza de las matemáticas. Tiene como punto de partida los dominios de conocimiento de la materia y conocimiento didáctico del contenido de Shulman (1986) y subdivide estos dominios en tres subdominios cada uno. En lo relativo al conocimiento matemático, se consideran los subdominios del conocimiento de los temas matemáticos, de la estructura matemática que permite contextualizar un tópico en un constructo más amplio, y de la práctica matemática, que concierne a saber cómo se trabaja en matemáticas. En lo relativo al conocimiento didáctico del contenido, se aborda el conocimiento de la enseñanza de las matemáticas, de las características del aprendizaje matemático, y de los estándares de aprendizaje en matemática, que indican qué debe saber un alumno en cada etapa. Se presentan ejemplos en todos los subdominios. Este modelo permitirá desarrollar propuestas de formación inicial y continua.

Introducción

Hace décadas que las distintas áreas educativas, particularmente la Didáctica de la Matemática, se interesan por la formación, el conocimiento, el desarrollo y la identidad profesional del profesor (de matemáticas) (Ponte y Chapman, 2006). Sirva como muestra de este interés la creación de la revista *Journal of Mathematics Teacher Education* en 2001, o la inclusión de grupos sobre formación de profesores en la mayoría de los congresos de Educación Matemática.

El trabajo de Lee Shulman (1986) supuso una relevante contribución en el campo de la comprensión de las componentes del conocimiento de un profesor. Partiendo de que al

profesor no le basta con dominar el conocimiento de la materia, propuso las siguientes componentes:

- Conocimiento de la materia
- Conocimiento pedagógico general
- Conocimientos curricular
- Conocimiento sobre los alumnos
- Conocimiento de los contextos educativos
- Conocimiento de los fines y valores educativos
- Conocimiento didáctico del contenido

Este trabajo ha sido considerado seminal, y otros muchos investigadores se han apoyado en él para desarrollar sus investigaciones, especialmente en relación con la principal novedad del modelo de Shulman, el conocimiento didáctico del contenido. Algunas de estas investigaciones han propuesto modelos similares o avances y concreciones en la propuesta de Shulman. Tal es el caso de los trabajos del equipo de la Universidad de Michigan liderado por Deborah L. Ball.

Ball, Thames y Phelps (2008) presentan una concreción del modelo de Shulman en relación con dos de sus componentes: el dominio del conocimiento de la materia y el dominio del conocimiento didáctico del contenido. Dentro de cada dominio consideran tres subdominios del siguiente modo:

- Conocimiento matemático:
 - Común
 - Especializado
 - En el horizonte
- Conocimiento didáctico del contenido:
 - De contenido y la enseñanza
 - De contenido y los estudiantes
 - Del curriculum

El equipo de Ball reconoce su principal aportación en la inclusión del subdominio del conocimiento especializado del contenido matemático, como conocimiento único de la labor del profesor de matemáticas, es decir, no identificable con el conocimiento que otro profesor u otro matemático puedan poseer.

El modelo MTSK

Nuestra experiencia en la aplicación del modelo desarrollado por Ball y sus colaboradores (Carmona & Climent. 2012; Ribeiro & Carrillo, 2011a,b,c; Rojas, Flores & Carrillo, 2011; Sosa & Carrillo, 2010), así como la reflexión sobre el carácter especializado del conocimiento del profesor de matemáticas, particularmente en relación con el subdominio del conocimiento especializado de Ball *et al.* (2008) (Escudero, Flores & Carrillo, 2012; Flores, Escudero & Carrillo, en prensa) y en relación con la transformación del subdominio del conocimiento matemático en el horizonte (Montes, Aguilar, Carrillo & Muñoz-Catalán, en prensa), nos ha llevado a proponer un modelo en el que se entiende que la especialización afecta a todos los subdominios, no exclusivamente a uno de ellos, como es el caso del modelo del equipo de Ball (Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán, en prensa).

La figura 1 representa el modelo MTSK (Mathematics Teachers' Specialised Knowledge).

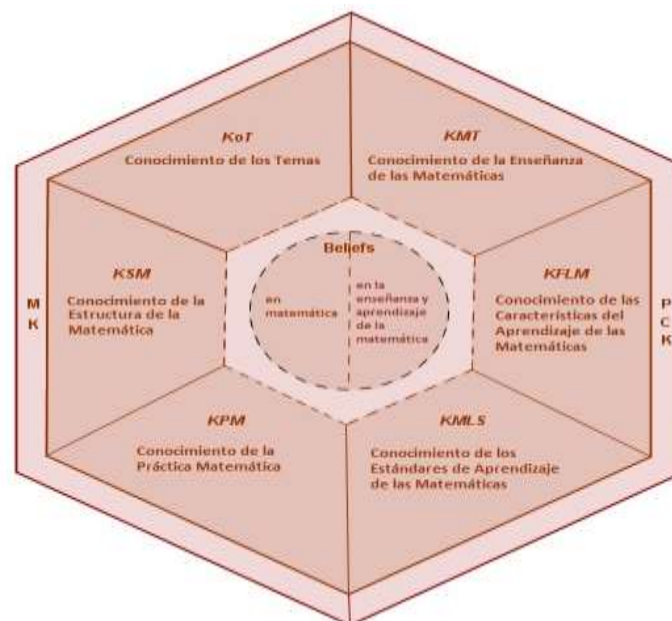


Figura 1. Subdominios del MTSK (Carrillo *et al.*, en prensa).

En ella apreciamos la división del dominio del conocimiento matemático (MK) en tres subdominios, así como la división del dominio del conocimiento didáctico del contenido (PCK) en otros tres subdominios. Puede verse también la inclusión de las concepciones y creencias sobre la matemática y sobre su enseñanza y aprendizaje como dimensión que permea todo el conocimiento del profesor. No obstante, no serán objeto de reflexión en este artículo.

Los subdominios del MK son:

Conocimiento de los Temas (KoT): aspectos fenomenológicos, significados, definiciones, ejemplos..., que caractericen aspectos del tema abordado, además de referirse al contenido disciplinar de las matemáticas que figura en manuales y textos matemáticos.

Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM): sistema integrado de conexiones que le permita comprender y desarrollar conceptos avanzados desde una perspectiva elemental y conceptos elementales mediante el tratamiento a través de una visión avanzada.

Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM): conocimiento de las formas de conocer, crear o producir en matemáticas, conocimiento de aspectos de la comunicación matemática, del razonamiento y la prueba. Saber, por ejemplo, qué es definir y cómo usar definiciones.

Dentro del PCK consideramos los subdominios siguientes:

Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT): distintas estrategias que permitan al profesor fomentar un desarrollo de las capacidades matemáticas procedimentales o conceptuales. Conocer la potencialidad de recursos, ejemplos o modos de representación para hacer comprensible un contenido determinado.

Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM): características del proceso de comprensión de los estudiantes sobre los distintos contenidos, del lenguaje asociado a cada concepto, así como de errores, dificultades u obstáculos posibles.

Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS): conocimiento acerca de lo que el estudiante debe/puede alcanzar en un curso escolar determinado; conocimiento de las capacidades conceptuales,

procedimentales y de razonamiento matemático que se promueve en determinados momentos educativos. Consideramos, además de lo prescrito en el currículo institucional, lo que proviene de las investigaciones y de las opiniones de profesores expertos acerca de logros de aprendizaje.

En el caso de la enseñanza y el aprendizaje de polígonos, los profesores de educación primaria y educación secundaria poseen/deben poseer unos conocimientos que les permitan planificar, diseñar actividades y tareas, gestionar los contextos de aprendizaje en el aula, evaluar y tomar decisiones con vistas a introducir mejoras en el proceso.

Por ejemplo, la definición de polígono forma parte del conocimiento del tema (KoT); los profesores deben saber qué es un polígono y han de ser capaces de formular una definición. Del mismo modo, deben conocer clasificaciones de polígonos en función de criterios (KoT).

Ahora bien, mientras al final de la educación primaria y en la educación secundaria se pueden realizar clasificaciones inclusivas y clasificaciones empleando varios criterios simultáneamente, esto se hace inviable a edades más tempranas. El conocimiento de estas posibilidades pertenece al subdominio de las características del aprendizaje matemático (KFLM). Del mismo modo, el conocimiento de la habitual confusión entre área y perímetro, particularmente la concepción de que al incrementar el perímetro, también queda incrementada el área, forma parte del KFLM.

No obstante, la comprensión del proceso de complejización del procedimiento de clasificación, desde la clasificación en conjuntos disjuntos y con criterios aislados, hasta la clasificación en grupos inclusivos y aplicando criterios simultáneos, es un conocimiento que da cuentas de la estructura matemática (KSM). Análogamente, puede verse este proceso en el sentido inverso, desde el conocimiento que posee o puede poner en juego el profesor de educación secundaria, relacionando un proceso avanzado de clasificación con procesos más simples (simplificación) (KSM). Asimismo, si un profesor de primaria sabe que en el cálculo del área es posible la aproximación a la noción de área y a su cálculo a partir de la cuadriculación de figuras planas, está mostrando conocimiento de conexiones matemáticas (KSM). Esto no quiere decir que domine el cálculo integral, pero le permite trabajar una noción de área que sienta las bases de la introducción del cálculo de áreas empleando el cálculo integral.

El conocimiento de las posibilidades del geoplano para trabajar la clasificación de polígonos se incluye en el conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT), así como el conocimiento de actividades para abordar la mencionada asociación área-perímetro.

Por otra parte, conocer las expectativas de aprendizaje que figuran en el curriculum, o las que se hacen constar en la literatura de investigación, asociadas al nivel educativo en el que se aborda este aprendizaje, forma parte del conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS). Un enunciado propio de este subdominio podría ser saber que el curriculum nacional sitúa el aprendizaje de la noción de área, como cuantificación de un recubrimiento, en el cuarto curso de la educación primaria.

Volviendo a la definición de polígono, el profesor puede saber las características de una definición matemática, lo que corresponde al conocimiento de la práctica de la matemática (KPM). Saber que no debe haber características redundantes y que las condiciones han de ser mínimas es KPM.

Observaciones finales

Como decíamos al comienzo, la formación del profesorado es un tema de interés en el área de Didáctica de la Matemática desde hace tiempo. Propuestas de profundización en el conocimiento del profesor, como el modelo MTSK, aportan una perspectiva y una herramienta para analizar el conocimiento que el profesor muestra, declara o posee.

Somos conscientes del carácter integrado del conocimiento del profesor. El MTSK no pretende inducir la idea de una presencia aislada de elementos de conocimiento. En el aula, o en una entrevista a un profesor, las evidencias de conocimiento son complejas y situadas, contextualizadas en un momento educativo particular, de modo que características de varios subdominios emergen y se relacionan.

Siguiendo un camino de ida y vuelta del conocimiento real (inferido por el investigador) al deseable, el MTSK pretende ayudar a delimitar mejor el conocimiento especializado necesario para enseñar matemáticas.

Estamos convencidos de la inexistencia de implicaciones directas entre propuestas de conocimiento y propuestas formativas, pero, por otra parte, es evidente que un mejor detalle del conocimiento proporciona ideas y sugerencias para la conformación de propuestas formativas, tanto en formación inicial, como en formación continua.

Referencias bibliográficas:

- Ball, D.L., Thames, M.H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389-407.
- Carmona, E., & Climent, N. (2012). Comprensión del conocimiento matemático para la enseñanza que sustenta el diseño de una actividad sobre las ecuaciones de la recta en 1º de bachillerato. En A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M.C. Penalva, F.J. García, y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI. XVI Simposio de la SEIEM*. (pp. 165-175). Jaén, España: SEIEM.
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L.C. y Muñoz-Catalán, M.C. (2013). Defining specialized knowledge for mathematics teaching. *Actas del CERME8*. Antalya, Turquía (en prensa).
- Escudero, D, Flores, E. & Carrillo, J. (2012). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas. En L. Sosa, E. Aparicio & Flor M. Rodríguez (Eds.) *Memoria de la XV Escuela de Invierno en Matemática Educativa* (pp. 35-42). México DF: Cinvestav.
- Flores, E., Escudero, D., & Carrillo, J.(2013). A theoretical review of Specialised Content Knowledge. *Actas del CERME8*. Antalya, Turquía (en prensa).
- Flores, E., Escudero, D. y Carrillo, J. (2013). *A theoretical review of specialised content Knowledge*. *Actas del CERME8*. Antalya, Turquía (en prensa).
- Montes, M.A., Aguilar, A., Carrillo, J. y Muñoz-Catalán, M.C. (2013). *MSTK: from Common and Horizon Knowledge to Knowledge of Topics and Structures*. *Actas del CERME8*. Antalya, Turquía (en prensa).
- Ponte, J. P., & Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. En A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 461-494). Roterdham: Sense.
- Ribeiro, C.M. & Carrillo, J. (2011a). Discussing Maria's MKT and beliefs in the task of teaching. En J. Novotná & H. Moraová (Eds.) *Proceedings do International Symposium Elementary Maths Teaching (SEMT 11)*, (pp. 290-297), Praga, República Checa: Charles University, Faculty of Education.
- Ribeiro, C.M. & Carrillo, J. (2011b). Relaciones en la práctica entre el conocimiento matemático para la enseñanza (MKT) y las creencias del profesor. En M. Marín, G. Fernández, L.J. Blanco & M. Palarea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 513-521). Ciudad Real, España: SEIEM.
- Ribeiro, C. M. & Carrillo (2011c). Discussing a teacher MKT and its role on teacher practice when exploring data analysis. En B. Ubuz (Ed.), *Developing Mathematical Thinking, Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 4, pp. 41-48). Ankara, Turkey: PME.
- Rojas, N., Flores, P. & Carrillo, J. (2011). Caracterización del conocimiento matemático de profesores de educación primaria y secundaria. En M. Marín & N. Climent (Eds.) *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XV Simposio de la SEIEM* (pp. 395-400). Ciudad Real, España.
- Shulman, L.S. (1986). Those who understand. Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Sosa, L. & Carrillo, L. (2010). Caracterización del conocimiento matemático para la enseñanza (MKT) de matrices en bachillerato. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo & T.A. Sierra (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 569-580). Lleida, España: SEIEM.