

# Revisión del Modelado de Preferencias para los Modelos de Decisión

Review of Modeling Preferences for Decision Models

David L. La Red-Martínez<sup>1</sup>, Julio C. Acosta<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Área Computación, Dpto. de Informática. Universidad Nacional del Nordeste, Argentina

laredmartinez@gigared.com

**RESUMEN.** Un problema de decisión en grupo se establece en entornos donde hay una cuestión común a solucionar, un conjunto de opciones posible a elegir, y un conjunto de individuos que son los expertos que expresan sus opiniones sobre el conjunto de alternativas posibles y que tienen la intención de alcanzar una decisión colectiva como solución única del problema en cuestión. Los problemas de decisión se dividen en dos grandes grupos: los que se basan en preferencias y los que se basan en similitud. La modelización de las preferencias del decisor constituye una etapa indispensable en la construcción de modelos utilizados en teoría de la decisión, investigación operativa, economía, etc. Uno de los aspectos a tener en cuenta al modelar las preferencias es el problema de la racionalidad, que se puede fundamentar en relaciones binarias o en funciones de elección. En los problemas de decisión los expertos utilizan modelos de representación de preferencias que les resulten cercanos a sus disciplinas o campos de trabajo. Se han definido diferentes mecanismos que permiten transformar las preferencias de los expertos en representaciones formales que admiten un tratamiento matemático, racional y consistente de dicha información. Las estructuras de información más utilizadas para la representación de las preferencias de los expertos son vectores de utilidad, órdenes de preferencia y relaciones de preferencia. En problemas de decisión, el dominio de expresión de preferencias es el dominio de información utilizado por los expertos para expresar sus preferencias, los principales son numérico, intervalar y lingüístico, destacándose el lingüístico multigranular.

**ABSTRACT.** A group decision problem is set in environments where there is a common issue to solve, a set of options possible to choose, and a set of individuals who are experts who express their opinions on the set of possible alternatives and that intend to reach a collective decision as the unique solution of the problem in question. Decision problems are divided into two large groups: those based on preferences and those based on similarity. The modeling of the preferences of the decision-maker is an essential stage in the construction of models used in the theory of decision, operations research, economics, etc. One of the aspects to take into account when modeling the preferences is the problem of rationality, which can be based on binary relations or functions of choice. On the problems of decision experts use models of representation of preferences that are close to their disciplines or fields of work. We have defined different mechanisms allowing to transform the preferences of experts in formal representations that support mathematical, rational and consistent treatment of such information. The structures of information most commonly used for the representation of the preferences of experts are vectors of utility, orders of preference and preference relations. In decision problems, expression of preferences domain is the domain of information used by the experts to express their preferences, the main are numerical, linguistic, and intervalar stressing the multigranular linguistic.

**PALABRAS CLAVE:** Modelado de preferencias, Modelos de decisión, Vectores de utilidad, Ordenes de preferencia, Relaciones de preferencia, Dominios de expresión.

**KEYWORDS:** Preference modeling, Decision models, Utility vector, Orders of preference, Preference relations, Expression domains.

## 1. Introducción

Un problema de decisión en grupo se establece en entornos donde hay una cuestión común a solucionar, un conjunto de opciones posible a elegir, y un conjunto de individuos que son los expertos que expresan sus opiniones sobre el conjunto de alternativas posibles y que tienen la intención de alcanzar una decisión colectiva como solución única del problema en cuestión (Van De Ven y Delbecq, 1974), (Kacprzyk, 1986), (Peláez, 2000).

Los problemas de decisión se dividen en dos grandes grupos: los que se basan en preferencias y los que se basan en similitud (Perny, 1998).

Entre los problemas de decisión basados en preferencias destacan los que pertenecen a la denominación de Roy (Roy y Vanderpooten, 1995), (Roy, 1996): 1)  $P\alpha$ , dado el conjunto de alternativas  $X$ , obtener el subconjunto más pequeño posible de alternativas  $X'$  ( $X' \subset X$ ) de modo que se pueda justificar ignorar cualquier  $x \in X-X'$ ; 2)  $P\gamma$ , dado el conjunto de alternativas  $X$ , obtener un orden del conjunto  $X$  en clases de equivalencia en sentido decreciente de calidad.

Los problemas de decisión basados en similitud se dividen en: 1) dado el conjunto de alternativas  $X$ , asociar cada objeto de  $X$ , a un conjunto de categorías predeterminadas, absolutas en el sentido de que no dependen de  $X$  (clasificación); y 2) dado el conjunto de alternativas  $X$ , asignar los objetos de  $X$  en agrupaciones que no existen de antemano, de modo que se pueda justificar la similitud de un objeto con los que se agrupan con él, así como la diferencia con los demás (clustering).

En la clásica teoría de la decisión (Keeney y Raiffa, 1976), (Howard y Matheson, 1984), en la escuela europea de MCDA (Multicriteria Decision Aid) (Roy, 1990), (Roy, 1996), y en los métodos que se basan en un paradigma de aprendizaje por ejemplos (Greco, Matarazzo y Slowinski, 2001), (Greco, Matarazzo y Slowinski, 2002), (Fernandez, Navarro y Duarte, 2007), se enfatiza en el papel central de la modelación de la subjetividad del DM (decision maker: decisor). Ella decide en el conflicto de atributos, en la valoración de los riesgos, y en situaciones de conflicto interpersonal, teniendo en cuenta que un problema de decisión es objetivo por el conjunto  $X$  de alternativas y por las consecuencias de sus elementos; pero es subjetivo por la valoración de las consecuencias y su reflejo en la mente del DM (Fernández y Olmedo, 2007).

Esta modelización de las preferencias del decisor constituye una etapa indispensable en la construcción de modelos utilizados en teoría de la decisión, investigación operativa, economía, etc. (Fernández, Escribano y Calvo, 1997).

Uno de los aspectos a tener en cuenta al modelar las preferencias en los problemas de elección social es el problema de la racionalidad (Arrow, 1951).

Arrow considera un colectivo de individuos que ha de decidirse entre varias opciones, teniendo en cuenta las preferencias individuales y que la agregación de estas preferencias ha de seguir ciertas normas de coherencia o racionalidad. Para ello formalizó la noción de preferencia entre pares de objetos mediante el concepto conjuntista de relación binaria, incorporando la noción de "comportamiento racional" al exigir que las preferencias de cada individuo constituyan un preorden total (esto significa que la relación de preferencia debe ser reflexiva, transitiva y completa (o total)).

Otro enfoque alternativo consiste en fundamentar la noción de racionalidad en funciones de elección en lugar de hacerlo en las relaciones binarias (May, 1954). Con esta idea la representación de la racionalidad se hace a través de axiomas sobre las funciones de elección, que no necesariamente provienen de relaciones de preferencia.

Este artículo, una breve revisión acerca del modelado de las preferencias en los sistemas de soporte de



decisión, se ha estructurado de la siguiente manera: en la Sección 2 se resumirán los principales aspectos relacionados con el modelado de preferencias, en la Sección 3 se describirán las principales estructuras utilizadas para la representación de las preferencias, en la Sección 4 se presentarán los principales dominios de expresión de preferencias, en la Sección 5 se indicarán las principales conclusiones, finalizándose con los agradecimientos y las referencias.

## 2. Modelado de Preferencias

El modelado de preferencias es una de las actividades esenciales en los problemas de toma de decisión (Fortemps y Slowinski, 2002), (Oztürk, Tsoukiàs y Vincke, 2005), (Perny y Tsoukiàs, 1998), (Roubens y Vincke, 1985), (Armstrong, 1948), (Debreu, 1959), (Capurso y Tsoukiàs, 2003), (Coombs y Smith, 1973), (Kahneman, Slovic y Tversky, 1981), (Xu, 2014), (Hu, Cao, Xu, Cao, Gu y Cao, 2014), etc. Los expertos en base a su conocimiento, experiencias y creencias han de emitir sus valoraciones sobre el conjunto de alternativas y establecer un orden de preferencias sobre la idoneidad de cada una de ellas como solución al problema.

En los problemas de decisión los expertos utilizan modelos de representación de preferencias que les resulten cercanos a sus disciplinas o campos de trabajo. Por ejemplo, expertos que pertenecen a áreas técnicas se pueden sentir muy cómodos representando sus preferencias mediante valores numéricos. Sin embargo, expertos que pertenecen a otro tipo de disciplinas menos técnicas, como pueden ser las pertenecientes a áreas sociales, pueden preferir expresar sus preferencias utilizando expresiones más cercanas al lenguaje humano tales como palabras o términos lingüísticos. Para manejar este tipo de valoraciones se han definido diferentes mecanismos que permiten transformar las preferencias de los expertos en representaciones formales que admiten un tratamiento matemático, racional y consistente de dicha información (Sánchez, 2007).

El modelado de preferencias es un área de trabajo dentro de la toma de decisión dedicada a la representación de las preferencias de los expertos (Barzilai, 2010), (Doyle, 2004), (Oztürk, Tsoukiàs y Vincke, 2005), (Roubens y Vincke, 1985), (Liu, Zhang y Zhang, 2014). La forma de expresión de las preferencias es muy importante en los operadores de agregación (La Red y Pinto, 2015). Dos puntos de vista al respecto son los siguientes:

La estructura de información utilizada por los expertos para la representación de sus preferencias.

El dominio de la información en el que se expresan las preferencias sobre el conjunto de alternativas del problema.

## 3. Estructuras para la Representación de las Preferencias

Las estructuras de información más utilizadas para la representación de las preferencias de los expertos son las siguientes (Herrera-Viedma, Herrera y Chiclana, 2002), (Nurmi, 1988), (Tanino, 1990):

Vectores de utilidad.

Órdenes de preferencia.

Relaciones de preferencia.

### Vectores de Utilidad

Los vectores de utilidad han sido una estructura de representación de información muy utilizada en la literatura clásica para representar las preferencias de los expertos (Dombi, 1995), (Luce y Suppes, 1965), (Martínez, 2007), (Tanino, 1990). Es una estructura muy simple basada en un vector donde cada elemento se interpreta como la preferencia o utilidad de una de las alternativas del problema (Sánchez, 2007). Se establece de la siguiente manera:

Sea  $E = \{e_1, \dots, e_m\}$  ( $m \geq 2$ ) un conjunto finito de expertos que han de expresar sus preferencias sobre un conjunto finito de alternativas  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  ( $n \geq 2$ ). Las preferencias dadas por los expertos sobre

el conjunto de alternativas  $X$  utilizando vectores de utilidades  $U^i$  serían las siguientes:  $U^i = \{u^i_1, \dots, u^i_n\}$ , donde  $u^i_j$  representa la utilidad o valoración dada por el experto  $i$  a la alternativa  $j$ . Se asume que cuanto mayor sea el valor de  $u^i_j$ , más satisface la alternativa  $j$  el objetivo del problema según la opinión del experto  $i$ .

### Órdenes de Preferencia

En esta estructura se establece un ranking u orden de alternativas que representa la idoneidad de cada alternativa como solución al problema según el punto de vista de cada experto (Nurmi, 1988), (Seo y Sakawa, 1985), (Tanino, 1984).

Un orden de preferencia  $O^i$  representa un orden dado por el experto  $i$  sobre el conjunto de alternativas  $X$  atendiendo a sus preferencias. Se representa mediante un vector ordenado decreciente del conjunto de alternativas:  $O^i = \{o^i(1), \dots, o^i(n)\}$ . Para todo orden de preferencia  $O^i$  se supone que cuanto menor es la posición de una alternativa en dicho orden, esta alternativa es más preferida que el resto para resolver el problema según la opinión del experto  $i$ .

### Relaciones de Preferencia

Las preferencias sobre un conjunto de alternativas  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$  se pueden modelar como relaciones binarias entre pares de alternativas  $x_j R x_k (x_j, x_k \in X)$ , que se interpretan como la intensidad o el grado de preferencia de la alternativa  $x_j$  sobre la alternativa  $x_k$  (Roubens y Vincke, 1985).

Cuando los conjuntos de alternativas son finitos, una estructura de información capaz de soportar este tipo de relaciones binarias entre alternativas son las relaciones de preferencia. Es posible utilizar una representación matricial de las preferencias de los decisores (Lee y O'Mahony, 2005), (Tanino, 1990), (Yue, Yao y Zhang, 2005).

Los expertos expresan sus preferencias sobre el conjunto de alternativas  $X$  utilizando relaciones de preferencias valoradas numéricamente en  $[0, 1]$  (Chen y Hwang, 1992), (Fodor y Roubens, 1994a), (Kacprzyk, Nurmi y Fedrizzi, 1997), (Xu, 2005b), (Xu, 2006).

En los problemas de decisión es importante que las opiniones de los expertos sean consistentes, para lo cual se requiere que las relaciones de preferencia satisfagan propiedades de reciprocidad, completitud y transitividad (Herrera, Martínez y Sánchez, 2005), (Salles, 1998).

Las relaciones de preferencia han sido utilizadas satisfactoriamente por muchos autores para resolver problemas de decisión en grupo (Fan y Chen, 2005), (Herrera, Herrera-Viedma y Verdegay, 1996a), (Herrera, Martínez y Sánchez, 2005), (Kacprzyk, 1987), (Kacprzyk, Fedrizzi y Nurmi, 1992), (Xu, 2004a), (Xu, 2005a), (Sánchez, 2007).

## 4. Dominios de Expresión de Preferencias

En problemas de decisión se entiende por dominio de expresión de preferencias el dominio de información utilizado por los expertos para expresar sus preferencias.

En la literatura se encuentra que en la mayoría de los problemas de toma de decisión los expertos expresan sus preferencias en el mismo dominio de información, hablándose de problemas definidos en contextos homogéneos (Arfi, 2006), (Ben-Arieh y Zhifeng, 2006), (Bordogna, Fedrizzi y Pasi, 1997), (Carlsson y Fuller, 2001), (Delgado, Verdegay y Vila, 1992), (Fan, Ma y Zhang, 2002), (Herrera y Herrera-Viedma, 2000), (Herrera, Herrera-Viedma y Verdegay, 1995), (Lee, 1999), (Li y Yang, 2003), (Marimin, Umamo, Hatono y Tamura, 1998), (Rasmy, Lee, Abd El-Wahed, Ragab y El-Sherbiny, 2002), (Xu, 2004b), y algunos problemas en los que los expertos utilizan dominios de información diferentes, conocidos como problemas definidos en contex-



tos heterogéneos (Delgado, Herrera, Herrera-Viedma y Martínez, 1998), (Fan, Xiao y Hu, 2004), (Herrera y Martínez, 2001a), (Herrera, Martínez y Sánchez, 2005), (Martínez, Liu y Yang, 2006), (Martínez, Liu, Yang y Herrera, 2005), (Zhang, Chen y Chong, 2004).

La elección de un dominio de información para expresar las preferencias puede deberse a varios motivos (Cabrerizo, 2008), (Sánchez, 2007), (Chen, 2001), (Herrera y Herrera-Viedma, 2000), (Herrera y Martínez, 2001b), (Kacprzyk, 1986), (Levrat, Voisin, Bombardier y Bremont, 1997), (Martínez, 2007), (Xu, 2007):

- Expertos con diferente grado de conocimiento sobre el problema.
- Pertenencia de los expertos a diferentes áreas de conocimiento.
- Naturaleza cuantitativa o cualitativa de la información con la que se esté trabajando.

Este es un tema estudiado por muchos investigadores del área de toma de decisión en grupo y, como resultado, se han propuesto distintas aproximaciones para integrar diferentes formatos de representación de preferencias (Chiclana, Herrera y Herrera-Viedma, 1998), (Chiclana, Herrera y Herrera-Viedma, 2001), (Chiclana, Herrera y Herrera-Viedma, 2002), (Fan, Ma, Jiang, Sun y Ma., 2006), (Fan, Xiao y Hu, 2004), (Herrera, Martínez y Sánchez, 2005), (Herrera-Viedma, Herrera y Chiclana, 2002), (Herrera-Viedma, Martínez, Mata y Chiclana, 2005), (Martínez, Liu, Ruan y Yang, 2007), (Zhang, Chen y Chong, 2004) y (Zhang, Chen, He, Ma y Zhou, 2003), entre otros.

Asimismo, según la literatura ((Arfi, 2005), (Delgado, Herrera, Herrera-Viedma y Martínez, 1998), (Fan, Ma y Zhang, 2002), (Herrera, Martínez y Sánchez, 2005), (Kundu, 1997), (Zhang, Chen y Chong, 2004)), los expertos utilizan principalmente tres tipos de dominios de información para expresar sus preferencias: numérico, intervalar y lingüístico.

A continuación se resumen los principales aspectos de los distintos tipos de dominios.

### **Dominio Numérico**

El uso del dominio numérico para modelar las preferencias implica que los expertos expresen sus preferencias mediante valores numéricos. Las principales variantes son las siguientes:

**Numérico binario:** Se caracteriza por utilizar exclusivamente dos valores  $\{0, 1\}$ , donde el 0 representa una valoración negativa de la alternativa y el 1 representa una valoración positiva. Ejemplo: Los valores dados por los expertos  $e_1$  y  $e_2$  son los siguientes:  $U^1 = \{1, 0, 0, 1\}$ , las alternativas  $x_1$  y  $x_4$  son valoradas positivamente;  $U^2 = \{0, 0, 1, 0\}$ , las alternativas  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_4$  reciben una valoración negativa.

**Numérico normalizado en el intervalo  $[0, 1]$ :** Los expertos utilizan un valor numérico dentro del intervalo  $[0, 1]$  para modelar la preferencia sobre cada alternativa ((Fodor & Roubens, 1994a), (Lee & O'Mahony, 2005)). Ejemplo: Las preferencias dadas por los expertos  $e_1$  y  $e_2$  son las siguientes:  $U^1 = \{1, 0.2, 0, 0.6\}$ , la alternativa  $x_1$  es la mejor y le asigna una utilidad máxima, considera la alternativa  $x_3$  peor que la  $x_2$  asignándoles una utilidad de 0 y 0.2 respectivamente;  $U^2 = \{0, 0.4, 0.7, 0.9\}$ , la mejor alternativa sería la  $x_4$  y la peor la  $x_1$ .

### **Dominio Intervalar**

El hecho de considerar la incertidumbre en los problemas de decisión ha originado la necesidad de definir modelados de preferencias más flexibles capaces de recoger incertidumbre, como el modelado intervalar. La valoración de alternativas por medio de intervalos  $[a_1, a_2]$  ( $a_1 \leq a_2$ ) ha sido eficaz en ciertos problemas de decisión (Alcalde, Burusco y Fuentes-Gonzalez, 2005), (Kundu, 1997), (Le Téno y Mareschal, 1998). En (Herrera, Martínez y Sánchez, 2005), (Kundu, 1998) los expertos expresan sus preferencias mediante intervalos  $[0, 1]$ . En el caso de que los intervalos no estuviesen definidos dentro de este rango tan sólo habría que



aplicar un proceso de normalización en  $[0, 1]$ .

Ejemplo: Los expertos 1 y 2 expresan sus preferencias utilizando un dominio de expresión intervalar en  $[0, 1]$  y vectores de utilidad como:  $U^1 = \{[0.5, 0.7], [0.2, 0.5], [0, 0.2], [0.7, 1]\}$ ,  $U^2 = \{[0, 0.3], [0.3, 0.7], [0.7, 0.8], [0.8, 1]\}$ , la alternativa mejor valorada por ambos expertos es la 4, en razón de los extremos de los intervalos asignados a la misma.

### Dominio Lingüístico

Los expertos pueden utilizar un modelado de preferencias lingüístico (García-Lapresta, 2006), (Herrera y Herrera-Viedma, 2000), (Tang y Zheng, 2006), (Turksen, 2007), (Zadeh, 1975), (Zadeh, 1996), (Sánchez, 2007) en aquellas situaciones de decisión en las que la información disponible es demasiado imprecisa o se valoran aspectos cuya naturaleza recomienda el uso de valoraciones cualitativas, sobre todo si se han de valorar aspectos relacionados con percepciones humanas muchas veces expresadas de forma imprecisa y donde es habitual utilizar palabras del lenguaje natural en lugar de números. Como ejemplo podemos citar el propuesto en (Levrat, Voisin, Bombardier y Bremont, 1997) para valorar el nivel de confort de un vehículo. En este caso concreto, los expertos pueden preferir utilizar palabras como “malo”, “bueno”, “aceptable” para expresar su opinión sobre el grado de confort de un vehículo en lugar de valores numéricos.

Ejemplo: Las preferencias dadas por los expertos 1 y 2 utilizando vectores de utilidad son las siguientes:  $U^1 = \{\text{muy\_malo, bueno, malo, muy\_bueno}\}$ , donde la alternativa mejor valorada es  $x_4$  y la peor valorada es la  $x_1$ ;  $U^2 = \{\text{muy\_bueno, malo, muy\_malo, normal}\}$ , la mejor alternativa es  $x_1$  y la peor  $x_3$ .

El enfoque lingüístico difuso (Zadeh, 1975) ha sido la disciplina encargada de modelar las preferencias de los expertos que utilizan valoraciones lingüísticas para expresar sus preferencias (Adamopoulos y Pappis, 1996), (Arfi, 2005), (Arfi, 2006), (Ben-Arieh y Zhifeng, 2006), (Bordogna y Pasi, 1993), (Delgado, Vendegay y Vila, 1992), (Herrera-Viedma et al., 2005), (Lu et al., 2007), (Ma, Ruan, Xu y Zhang, 2007), (Peláez y Doña, 2003), (Peláez et al., 2007), (Xu, 2004a), (Xu, 2006), (Zadeh, 1997), (Ekel y Silva, 2006).

### Dominio lingüístico multigranular

Para trabajar con información multigranular, se dispone del modelo de representación lingüística difusa de 2-tupla (Herrera y Martínez, 2000), usando tuplas para representar información lingüística.

Este modelo ha sido extendido y aplicado en diferentes procesos de agregación de información en Problemas de Toma de Decisión (Decision Making Problem: DMP) (Herrera y Martínez, 2001a), (Peláez, Doña, La Red y Gil, 2009).

La información lingüística se representa mediante 2-tuplas  $(r_i, \alpha_i)$ ,  $r_i \in S$  y  $\alpha_i \in [-0.5, 0.5]$ , donde  $S$  es el conjunto de términos lingüísticos (etiquetas),  $r_i$  representa el centro de información de la etiqueta lingüística y  $\alpha_i$  es un valor numérico que representa la traslación desde el resultado original  $\beta$  al índice de etiqueta más cercano en el conjunto de términos lingüísticos ( $r_i$ ), esto es, la traslación simbólica.

Este modelo de representación lingüístico define un conjunto de funciones para hacer transformaciones entre términos lingüísticos, 2-tuplas y valores numéricos.

Si se considera que  $s_i \in S$  es un término lingüístico, entonces su representación equivalente en 2-tuplas se obtiene por medio de la función  $\theta$  como:

$$\theta: S \rightarrow (S \times [-0.5, 0.5]) \quad \theta(s_i) = (s_i, 0) / s_i \in S$$

Si se considera que  $\beta \in [0, g]$  es un valor que indica el resultado de una operación de agregación simbólica,

La Red-Martínez, D.L., y Acosta, J.C. (2015). Revisión del Modelado de Preferencias para los Modelos de Decisión. *Campus Virtuales*, Vol. 4, Num. 2, pp. 30-41. Consultado el [dd/mm/aaaa] en [www.revistacampusvirtuales.es](http://www.revistacampusvirtuales.es)



entonces la 2-tupla que expresa la información equivalente a  $\beta$  se obtiene con la siguiente función:

$$\Delta: [0, g] \rightarrow S \times ([-0.5, 0.5])$$

$$\Delta(\beta) = \begin{cases} s_i & i = \text{round}(\beta) \\ \alpha = \beta - i & \alpha \in [-0.5, 0.5] \end{cases}$$

donde  $s_i$  tiene el índice de etiqueta más cercano a  $\beta$  y  $\alpha$  es el valor de la traslación simbólica.

Hay siempre una función  $\Delta^{-1}$ , tal que desde una 2-tupla devuelve su valor numérico equivalente  $\beta \in [0, g]$ :

$$\Delta^{-1}: S \times [-0.5, 0.5] \rightarrow [0, g] \quad \Delta^{-1}(s_i, \alpha) = i + \alpha = \beta$$

La información multigranular se representa mediante las estructuras jerárquicas lingüísticas, lo que permite transformar términos lingüísticos con diferente granularidad de incertidumbre y/o semánticas en un mismo dominio de expresión sin pérdida de ninguna información. Estas estructuras lingüísticas permiten mejorar la precisión en los procesos de agregación de información lingüística multigranular.

Una jerarquía lingüística es un conjunto de niveles, donde cada nivel es un conjunto de términos lingüísticos con diferente granularidad que los otros niveles de la jerarquía. Cada nivel perteneciente a una jerarquía lingüística se representa mediante  $L(t, n(t))$ , donde  $t$  es un número que indica el nivel de la jerarquía y  $n(t)$  es la granularidad del conjunto de términos lingüísticos de nivel  $t$ . Los niveles pertenecientes a una jerarquía lingüística se ordenan de acuerdo a su granularidad.

Considerando los conceptos anteriores, se definirá una jerarquía lingüística (LH) como la unión de todos los niveles  $t$ :

$$LH = \bigcup_t L(t, n(t))$$

Para construir una jerarquía lingüística, se debe considerar que el orden jerárquico está dado por el incremento en la granularidad de los conjuntos de términos lingüísticos en cada nivel. Entonces la definición de  $S$  se extiende a un conjunto de términos lingüísticos,  $S^{n(t)}$ , donde cada conjunto de términos pertenece a un nivel de la jerarquía y tiene una granularidad de incertidumbre  $n(t)$ :

$$S^{n(t)} = \{S_0^{n(t)}, \dots, S_{n(t)-1}^{n(t)}\}$$

Genéricamente, el conjunto de términos lingüísticos de nivel  $t+1$  se obtiene desde su predecesor como:

$$L(t, n(t)) \rightarrow L(t+1, 2 \cdot n(t) - 1)$$

El problema principal para agregar información lingüística multigranular es la pérdida de información producida en el proceso de normalización. Para evitar este problema, se usan conjuntos de términos lingüísticos jerárquicos como contexto lingüístico multigranular. Además es necesario usar funciones de transformación entre los términos lingüísticos de la jerarquía para realizar los procesos de transformación sin pérdida de información.

La función de transformación de una etiqueta lingüística en el nivel  $t$  a una etiqueta en el nivel  $t+1$ , que satisface las reglas básicas de la jerarquía lingüística, se define como:

$$TF_{t'}^t(S_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)}) = \Delta \left( \frac{\Delta^{-1}(S_i^{n(t)}, \alpha^{n(t)}) \cdot (n(t') - 1)}{n(t) - 1} \right)$$

La combinación de 2-tupla y jerarquías lingüísticas permite fusionar información sin pérdida de información y al mismo tiempo trabajar con diferentes dominios de expresión.

La posibilidad de trabajar con diferentes dominios de expresión permite que los expertos utilicen el conjunto de etiquetas lingüísticas que le resulte más apropiado a cada uno de ellos, a cuyos efectos se habrá definido previamente varios conjuntos de etiquetas lingüísticas, de diferente tamaño, con sus respectivas semánticas.

## 5. Conclusiones

En este artículo se ha realizado una breve revisión acerca de la problemática de la expresión de las preferencias en los modelos de decisión.

Se han presentado las principales estructuras utilizadas para la representación de las preferencias y se han indicado los principales dominios de expresión de preferencias, habiéndose aportado en todos los casos los principales conceptos y numerosas referencias.

Se ha dedicado especial atención al dominio de expresión lingüístico, especialmente al lingüístico multigranular.

Resumiendo lo expresado precedentemente se puede afirmar que hay una diversidad importante de formas de expresar las preferencias, lo cual permite que se utilice en cada caso la forma más adecuada a las estructuras de datos y al modelo de decisión que se esté utilizando.

### Líneas de Trabajo Futuras

Teniendo en cuenta lo detallado precedentemente, existe una diversidad de maneras de expresión de las preferencias, pero en la literatura referida a las mismas generalmente no se avanza en el estudio de cuál de ellas es la más apropiada desde la perspectiva del decisor. Es por ello que es necesario realizar un estudio que permita determinar qué modelo de expresión de las preferencias es el preferido por los decisores.

## Agradecimientos

Este trabajo se ha realizado en el marco del proyecto de investigación acreditado código 12F003, de la Secretaría General de Ciencia y Técnica de la Universidad Nacional del Nordeste, Argentina.

Cómo citar este artículo / How to cite this paper

La Red-Martínez, D.L., y Acosta, J.C. (2015). Revisión del Modelado de Preferencias para los Modelos de Decisión. *Campus Virtuales*, Vol. 4, Num. 2, pp. 30-41. Consultado el [dd/mm/aaaa] en [www.revistacampusvirtuales.es](http://www.revistacampusvirtuales.es)





## Referencias

- Adamopoulos, G.I., y Pappis, G.P. (1996). A fuzzy linguistic approach to a multicriteria sequencing problem. *European Journal of Operational Research*, 92, 628-636.
- Alcalde, C., Burusco, A., y Fuentes-Gonzalez, R. (2005). A constructive method for the definition of interval-valued fuzzy implication operators. *Fuzzy Sets and Systems*, 153(2), 211-227.
- Arfi, B. (2005). Fuzzy decision making in politics: A linguistic fuzzy-set approach (LFSA). *Political Analysis*, 13(1), 23-56.
- Arfi, B. (2006). Linguistic fuzzy-logic game theory. *Journal of Conflict Resolution*, 50(1), 28-57.
- Armstrong, W. (1948). Uncertainty and utility function. *Economics Journal*, 58, 1-10.
- Arrow, K. J. (1951). *Social Choice and Individual Values*. Wiley. New York. Segunda edición: (1963). Yale University Press. New Hagen.
- Barzilai, J. (2010). Preference Function Modelling: The Mathematical Foundations of Decision Theory, in Trends in Multiple Criteria Decision Analysis. Springer. *International Series in Operations Research & Management Science*, 142, 57-86.
- Ben-Arieh, D., y Chen, Z. (2006). Linguistic-labels aggregation and consensus measures for autocratic decision making using group recommendations. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Part A: Systems and Humans*, 36(3), 558-568.
- Bordogna, G., Fedrizzi, M., y Pasi, G. (1997). A linguistic modeling of consensus in group decision making based on OWA operators. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 21, 126-132.
- Bordogna, G., y Pasi, G. (1993). A fuzzy linguistic approach generalizing Boolean information retrieval: A model and its evaluation. *Journal of the American Society for Information Science*, 44, 70-82.
- Cabrerizo, F.J. (2008). *Nuevos modelos de toma de decisión en grupo con información lingüística difusa*. Tesis doctoral. Universidad de Granada. España.
- Capurso, E., y Tsoukiàs, A. (2003). *Decision aiding and psychotherapy*. Bulletin of the EURO Working Group on MCDA.
- Carlsson, C., y Fuller, R. (2001). Fuzzy Reasoning in Decision Making and Optimization, volume 82 of Studies in Fuzziness and Soft Computing. Studies in Chen, S. J. & Hwang, C. L. (1992). Fuzzy multiple attribute decision-making methods and applications. Springer-Verlag.
- Chateaufeuf, A. (1987). Continuous representation of a preference relation on a connected topological space. *Journal of Mathematical Economics*, 16, 139-146.
- Chen, C.T. (2001). Applying linguistic decision-making method to deal with service quality evaluation problems. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 9 (Suppl.), 103-114.
- Chiclana, F., Herrera, F., y Herrera-Viedma, E. (1998). Integrating three representation models in fuzzy multipurpose decision making based on fuzzy preference relations. *Fuzzy Sets and Systems*, 97(1), 33-48.
- Chiclana, F., Herrera, F., y Herrera-Viedma, E. (2001). Integrating multiplicative preference relations in a multiplicative decision making model based on fuzzy preference relations. *Fuzzy Sets and Systems*, 122(2), 277-291.
- Chiclana, F., Herrera, F., y Herrera-Viedma, E. (2002). A note on the internal consistency of various preference representations. *Fuzzy Sets and Systems*, 131(1), 75-78.
- Coombs, C., y Smith, J. (1973). On the detection of structures in attitudes and developmental processes. *Psychological Reviews*, 80(5), 337-351.
- Debreu, G. (1959). *Theory of Value: An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium*. John Wiley and Sons Inc.
- Delgado, M., Herrera, F., Herrera-Viedma, E., y Martínez, L. (1998). Combining numerical and linguistic information in group decision making. *Information Sciences*, 107, 177-194.
- Delgado, M., Vendegay, J.L., y Vila, M.A. (1992). Linguistic decision making models. *International Journal of Intelligent Systems*, 7, 479-492.
- Dombi, L. (1995). *Fuzzy Logic and Soft Computing. chapter A General Framework for the Utility-Based and Outranking Methods*, 202-208. World Scientific.
- Doyle, J. (2004). Prospects for preferences. *Computational Intelligence*, 20(2), 111-136.
- Ekel, P.Y., y Silva, M.R. (2006). Fuzzy Preference Modeling and Its Application to Multiobjective Decision Making. *Computers and Mathematics with Applications*, 52, 179-196. Elsevier.
- Fan, Z.P., y Chen, X. (2005). Consensus measures and adjusting inconsistency of linguistic preference relations in group decision making. *Lecture Notes in Artificial Intelligence*, 3613, 130-139.
- Fan, Z.P., Ma, J., Jiang, Y.H., Sun, Y.H., y Ma, L. (2006). A goal programming approach to group decision making based on multiplicative preference relations and fuzzy preference relations. *European Journal of Operational Research*, 174(1), 311-321.
- Fan, Z.P., Ma, J., y Zhang, Q. (2002). An approach to multiple attribute decision making based on fuzzy preference information alternatives. *Fuzzy Sets and Systems*, 131(1), 101-106.
- Fan, Z.P., Xiao, S.H., y Hu, G.F. (2004). An optimization method for integrating two kinds of preference information in group decision-making. *Computers & Industrial Engineering*, 46(2), 329-335.
- Fernandez, E., Navarro, J., y Duarte, A. (2007). Multicriteria sorting using a valued preference closeness relation. *European Journal of Operational Research*.
- Fernández, E., y Olmedo, R. (2007). Evaluación y clasificación en grupos empleando relaciones de preferencia borrosas. *Sistemas & Gestión*, 2(1), 16-35.
- Fernández, G., Escribano, M., y Calvo Martín, M. (1997). *La modelización de las preferencias del decisor y su aplicación a problemas de decisión multicriterio*. España: ASEPUMA.
- Fodor, J.C., y Roubens, M. (1994a). *Fuzzy Preference Modelling and Multicriteria Decision Support*. Dordrecht: Kluwer.
- Fortemps, P., y Slowinski, R. (2002). A graded quadrivalent logic for ordinal preference modelling: Loyola-like approach. *Fuzzy*
- La Red-Martínez, D.L., y Acosta, J.C. (2015). Revisión del Modelado de Preferencias para los Modelos de Decisión. *Campus Virtuales*, Vol. 4, Num. 2, pp. 30-41. Consultado el [dd/mm/aaaa] en [www.revistacampusvirtuales.es](http://www.revistacampusvirtuales.es)



- Optimization and Decision Making*, 1: 93-111.
- García-Lapresta, J.L. (2006). A general class of simple majority decision rules based on linguistic opinions. *Information Sciences*, 176(4), 352-365.
- Greco, S., Matarazzo, B., y Slowinski, R. (2001). Rough sets theory for multicriteria decision analysis. *European Journal of Operational Research*, 129, 1-47.
- Greco, S., Matarazzo, B., y Slowinski, R. (2002). Rough sets methodology for sorting problems in presence of multiple attributes and criteria. *European Journal of Operational Research*, 138, 247-259.
- Herrera, F., y Herrera-Viedma, E. (2000). Linguistic decision analysis: Steps for solving decision problems under linguistic information. *Fuzzy Sets and Systems*, 115, 67-82.
- Herrera, F., Herrera-Viedma, E., y Verdegay, J.L. (1995). A sequential selection process in group decision making with linguistic assessment. *Information Sciences*, 85, 223-239.
- Herrera, F., Herrera-Viedma, E., y Verdegay, J.L. (1996a). A model of consensus in group decision making under linguistic assessments. *Fuzzy Sets and Systems*, 78, 73-87.
- Herrera, F., y Martínez, L. (2000). A 2-tuple fuzzy linguistic representation model for computing with words. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 8(6), 746-752.
- Herrera, F., y Martínez, L. (2001a). A model based on linguistic 2-tuples for dealing with multigranularity hierarchical linguistic contexts in multiexpert decision-making. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. Part B: Cybernetics*, 31(2), 227-234.
- Herrera, F., y Martínez, L. (2001b). The 2-tuple linguistic computational model. Advantages of its linguistic description, accuracy and consistency. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 9(Suppl.), 33-49.
- Herrera, F., Martínez, L., y Sánchez, P.J. (2005). Managing non-homogeneous information in Group decision making. *European Journal of Operational Research*, 166(1), 115-132.
- Herrera-Viedma, E.; Herrera, F., y Chiclana, F. (2002). A consensus model for multiperson decision making with different preference structures. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. Part A: Systems and Humans*, 32(3), 394-402.
- Herrera-Viedma, E., Martínez, L., Mata, F., y Chiclana, F. (2005). A consensus support system model for group decision-making problems with multigranular linguistic preference relations. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 13(5), 644-658.
- Howard, R.A., y Matheson, J. E. (1984). *Readings on the principles and applications of decision analysis*. California, USA. Strategic Decisions Group, Menlo Park.
- Hu, L., Cao, J., Xu, G., Cao, L., Gu, Z., y Cao, W. (2014). *Deep Modeling of Group Preferences for Group-Based Recommendation*. Proceedings of the Twenty-Eighth AAAI Conference on Artificial Intelligence. Association for the Advancement of Artificial Intelligence, 1861-1867.
- Kacprzyk, J. (1986). Group decision making with a fuzzy linguistic majority. *Fuzzy Sets and Systems*, 18, 105-118.
- Kacprzyk, J. (1987). *The Analysis of Fuzzy Information, chapter On Some Fuzzy Cores and "Soft" Consensus Measures in Group Decision Making: 119-130*. In: Bezdek, J. (Ed). CRC Press.
- Kacprzyk, J., Fedrizzi, M., y Nurmi, H. (1992). Group decision making and consensus under fuzzy preferences and fuzzy majority. *Fuzzy Sets and Systems*, 49, 21-31.
- Kacprzyk, J., Nurmi, H., y Fedrizzi, M. (1997). *Consensus under Fuzzyness*. Kluwer: Academic Publishers.
- Kahneman, D., Slovic, P., y Tversky, A. (1981). *Judgement under uncertainty: Heuristics and biases*. Cambridge University Press.
- Keeney, R., y Raiffa, H. (1976). *Decision with multiple objectives: preferences and value tradeoffs*. New York. Wiley.
- Kundu, S. (1997). Min-transitivity of fuzzy leftness relationship and its application to decision making. *Fuzzy Sets and Systems*, 86, 351-367.
- Kundu, S. (1998). Preference relation on fuzzy utilities based on fuzzy leftness relation on intervals. *Fuzzy Sets and Systems*, 91, 183-191.
- La Red, D.L., y Pinto, N. (2015). Brief Review of Aggregation Operators; Volume 22 – N° 4; *Wulfenia Journal*; 114-137.
- Le Téno, J.F., y Mareschal, B. (1998). An interval version of PROMETHEE for the comparison of building products' design with ill-defined data on environmental quality. *European Journal of Operational Research*, 109, 522-529.
- Lee, H. (1999). Generalization of the group decision making using fuzzy sets theory for evaluating the rate of aggregate risk in software development. *Information Sciences*, 113, 301-311.
- Lee, H., y O'Mahony, M. (2005). Sensory evaluation and marketing: measurement of a consumer concept. *Food Quality And Preference*, 16(3), 221-235.
- Levrat, E., Voisin, A., Bombardier, S., y Bremont, J. (1997). Subjective evaluation of car seat comfort with fuzzy set techniques. *International Journal of Intelligent Systems*, 12, 891-913.
- Li, D., y Yang, J. B. (2003). A multiattribute decision making approach using intuitionistic fuzzy sets. In Proceedings Eusflat 2003, 183-186, Zitaou.
- Liu, F., Zhang, W.G., y Zhang, L.H. (2014). A group decision making model based on a generalized ordered weighted geometric average operator with interval preference matrices. *Fuzzy Sets and Systems*, 246, 1-18.
- Lu, J., Zhang, G., Ruan, D., y Wu, F. (2007). *Multi-objective Group Decision Making: Methods, Software and Applications with Fuzzy Set Technology*. London: Imperial College Press.
- Luce, R.D., y Suppes, P. (1965). Handbook of Mathematical Psychology, chapter Preferences. *Utility and Subject Probability*, 249-410, Wiley.
- Ma, J., Ruan, D., Xu, Y., y Zhang, G. (2007). A fuzzy-set approach to treat determinacy and consistency of linguistic terms in multi-criteria decision making. *International Journal of Approximate Reasoning*, 44(2), 165-181.
- Marimin, M., Umamo, M., Hatono, I., y Tamura, H. (1998). Linguistic Labels for Expressing Fuzzy Preference Relations in Fuzzy Group Decision Making. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 28(2), 205-218.



- Martínez, L. (2007). Sensory evaluation based on linguistic decision analysis. *International Journal of Approximated Reasoning*, 44(2), 148-164.
- Martínez, L., Liu, J., Ruan, D., y Yang, J.B. (2007). Dealing with heterogeneous information in engineering evaluation processes. *Information Sciences*, 177(7), 1533-1542.
- Martínez, L., Liu, J., y Yang, J.B. (2006). A fuzzy model for design evaluation based on multiple-criteria analysis in engineering systems. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 14(3), 317-336.
- Martínez, L., Liu, J., Yang, J.B., y Herrera, F. (2005). A multi-granular hierarchical linguistic model for design evaluation based on safety and cost analysis. *International Journal of Intelligent Systems*, 20(12), 1161-1194.
- May, K.O. (1954). Intransitivity, utility, and the aggregation of preference patterns. *Econometrica*, 22, 1-13.
- Nurmi, H. (1988). Assumptions of Individual Preference in the Theory of Voting Procedures, 142-155. In: Kacprzyk, J. & Roubens, M. (Eds.), *Non Conventional Preference Relations in Decision Making*, Springer-Verlag.
- Oztürk, M., Tsoukiàs, A., y Vincke, Ph. (2005). Preference Modelling, 27-72. In: *State of the Art in Multiple Criteria Decision Analysis*, Ehr Gott, M., Greco, S., y Figueira, J. (Eds.). Wiley Series on Intelligent Systems, Springer-Verlag.
- Peláez, J.I. (2000). Relaciones del sistema AHP y los grafos de preferencias. Decisión en grupo. Tesis doctoral. Universidad de Granada. España.
- Peláez, J.I., y Doña, J.M. (2003). LAMA: A Linguistic Aggregation of Majority Additive Operator, *International Journal of Intelligent Systems*, 18, 809-820.
- Peláez, J.I., Doña, J.M., y Gómez-Ruiz, J. A. (2007). Analysis of OWA Operators in Decision Making for Modelling the Majority Concept. *Applied Mathematics and Computation*, 186, 1263-1275.
- Peláez, J.I., Doña, J.M., La Red, D. L., y Gil, A. M. (2009). Valuation Of Companies Using 2-Tuples And Majority Operators; ISKE 2009 (4th International ISKE Conference); Proceedings; Intelligent Decision Making Systems; 2009; ISBN N° 978-981-4295-05-5; Belgium.
- Perny, P. (1998). Multicriteria filtering methods based on concordance and non-discordance principles. *Annals of Operations Research*, 80, 137-165.
- Perny, P., y Tsoukiàs, A. (1998). On the continuous extension of a four valued logic for preference modelling, 302-309, Paris, IPMU.
- Rasmy, M.H., Lee, S.M., Abd El-Wahed, W.F., Ragab, A.M., y El-Sherbiny, M.M. (2002). An expert system for multiobjective decision making: Application off fuzzy linguistic preferences and goal programming. *Fuzzy Sets and Systems*, 127, 209-220.
- Roubens, M., y Vincke, P. (1985). Preference Modelling. *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, 250. Springer-Verlag, Berlin.
- Roy, B. (1990). The outranking approach and the foundations of ELECTRE methods. In: Bana ECosta, C.A. (Ed.). *Reading in multiple criteria decision aid*. Berlin. Springer-Verlag. The outranking approach and the foundations of ELECTRE methods, 155-183.
- Roy, B. (1996). *Multicriteria methodology for decision aiding*. Dordrecht: Kluwer.
- Roy, B. and Vanderpooten, D. (1995). The European School of MCDA: A Historical Review. *OR: Toward Intelligent Decision Support*, 14th European Conference on Operational Research, 39-65.
- Salles, M. (1998). *Handbook of Utility Theory*, chapter Fuzzy Utility, Kluwer Academic Publishers.
- Sánchez, P.J. (2007). Modelos para la combinación de preferencias en toma de decisiones: herramientas y aplicaciones. Tesis doctoral. Universidad de Granada, España.
- Seo, F., y Sakawa, M. (1985). Fuzzy multiattribute utility analysis for collective choice. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 15, 45-53.
- Tang, Y., y Zheng, J. (2006). Linguistic modelling based on semantic similarity relation among linguistic labels. *Fuzzy Sets and Systems*, 157(12), 1662-1673.
- Tanino, T. (1984). Fuzzy preference orderings in group decision mating. *Fuzzy Sets and Systems*, 12, 117-131.
- Tanino, T. (1990). On Group Decision Making Under Fuzzy Preferences, 172-185. In: Kacprzyk, J. & Fedrizzi, M. (Eds.), *Multiperson Decision Making Using Fuzzy Sets and Possibility Theory*, Kluwer Academic Publishers.
- Turksen, I.B. (2007). Meta-linguistic axioms as a foundation for computing with words, *Information Sciences*, 177(2), 332-359.
- Van De Ven, A.H., y Delbecq, A.L. (1974). The Effectiveness of Nominal, Delphi, and Interacting Group Decision Making Processes, 17(4), 605-621.
- Xu, Z.S. (2004a). A method based on linguistic aggregation operators for group decision making with linguistic preference relations. *Information Science*, 166, 19-30.
- Xu, Z.S. (2004b). Uncertain linguistic aggregation operators based approach to multiple attribute group decision making under uncertain linguistic environment. *Information Sciences*, 168, 171-184.
- Xu, Z.S. (2005a). An approach to group decision making based on incomplete linguistic preference relations. *International Journal of Information Technology and Decision Making*, 4(1), 153-160.
- Xu, Z.S. (2005b). Deviation measures of linguistic preference relations in group decision making. *Omega*, 33(3), 249-254.
- Xu, Z.S. (2006). A direct approach to group decision making with uncertain additive linguistic preference relations. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 5(1), 21-32.
- Xu, Z.S. (2007). An interactive procedure for linguistic multiple attribute decision making with incomplete weight information. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 6(1), 17-27.
- Xu, Z.S. (2014). *Intuitionistic Preference Modeling and Interactive Decision Making*. Studies in Fuzziness and Soft Computing. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Yue, C.Y., Yao, S.B., y Zhang, P. (2005). Rough approximation of a preference relation for stochastic multi-attribute decision problems. *Lecture Notes in Artificial Intelligence*, 3613, 1242-1245.
- Zadeh, L.A. (1975). The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning. *Information Sciences*, Part I, II, III,



8, 8, 9: 199-249, 301-357, 43-80.

Zadeh, L.A. (1996). Fuzzy logic = computing with words. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 4(2), 103-111.

Zadeh, L. (1997). Toward a theory of fuzzy information granulation and its centrality in human reasoning and fuzzy logic. *Fuzzy Sets and Systems*, 90, 111-127.

Zhang, Q., Chen, J.C.H., y Chong, P.P. (2004). Decision consolidation: criteria weight determination using multiple preference formats. *Decision Support Systems*, 38(2), 247-258.

Zhang, Q., Chen, J.C.H., He, Y.Q., Ma, J., y Zhou, D.N. (2003). Multiple attribute decision making: approach integrating subjective and objective information. *International Journal of Manufacturing Technology and Management*, 5(4), 338-361.

