

# CONOCIMIENTO DEL CONTENIDO SOBRE POLÍGONOS DE ESTUDIANTES PARA PROFESOR DE MATEMÁTICAS

Emma Carreño y Nuria Climent

*En este trabajo analizamos el conocimiento geométrico sobre polígonos de estudiantes para profesor peruano. Este conocimiento se describe en función de las capacidades que evidencian. Hemos determinado dichas capacidades con base en el modelo de razonamiento de Van Hiele y en consideraciones sobre el aprendizaje geométrico. Mostramos los resultados generales del grupo de alumnos, así como el estudio de dos casos.*

*Términos clave:* Conocimiento del contenido matemático; Conocimiento geométrico; Estudiantes para profesor; Polígonos

Mathematical Content Knowledge on Polygons of Peruvian Prospective Teachers

*In this paper we analyze the geometrical content knowledge related to polygons of a group of Peruvian prospective teachers. This knowledge is described in terms of capacities that these teachers demonstrate. We had access to these capacities considering the Van Hiele model of reasoning together with other considerations on geometric learning. The general results of the group of students are presented as well as the analysis of two cases.*

*Keywords:* Geometric knowledge; Mathematical content knowledge; Polygons; Prospective teachers

La geometría es uno de los componentes matemáticos de la educación básica peruana. A pesar de ello, los estudiantes muestran serias limitaciones al definir, clasificar y representar gráficamente objetos geométricos, más aún al momento de realizar alguna demostración. Lo observado durante la formación de pre-grado y la docencia universitaria en la asignatura Geometría Plana y Trigonometría<sup>1</sup>,

---

<sup>1</sup> Asignatura de segundo año de la licenciatura en educación secundaria, especialidad de matemática y física, de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Piura (Perú).

permitió reparar en la reincidencia de las limitaciones antes señaladas y provocó nuestro interés por indagar en los conceptos y representaciones gráficas que tienen los estudiantes para profesor de matemáticas respecto al tema de polígonos. En el estudio que aquí se presenta, que forma parte de un trabajo de fin de máster, se analiza la concepción que tienen los estudiantes para profesor de matemáticas de los polígonos y se describe en función de las capacidades que se ponen en juego (o que se omiten) al momento de razonar en torno al tema de polígonos.

## MARCO TEÓRICO

Nuestro trabajo se enmarca en los estudios que, tras la diferenciación de las componentes del conocimiento profesional del profesor propuesta por Shulman (1987), indagan sobre las necesidades de los profesores respecto del conocimiento del contenido matemático. En lo que se refiere al contenido geométrico, estudios tanto españoles (Climent y Carrillo, 2002; Contreras y Blanco, 2002; Guillén, 2000; Gutiérrez y Jaime, 1996) como internacionales (Burton, Cooper y Leedor, 1986; Linchevsky, Vinner y Karsenty, 1992) han detectado carencias al respecto. Una interesante aportación a este respecto es el trabajo de Barrantes y Blanco (2004), en el que se indaga sobre las propias percepciones de los estudiantes para profesor respecto a dichas carencias. Nos interesa el conocimiento de los estudiantes relativo a los polígonos, que incluye el conocimiento de los elementos constituyentes de dicho contenido (como, por ejemplo, los elementos característicos de la noción de polígono). Es en ese sentido que nos acercamos más al *conocimiento especializado* que al conocimiento *común del contenido*, según la diferenciación de Ball, Thames y Phelps (2008). La diferencia entre ambos reside en que el especializado no es necesario en otros ámbitos más que en la enseñanza de la matemática. Para estos autores, el conocimiento especializado del contenido es además un conocimiento puro de la materia, en el sentido de que puede diferenciarse (a nivel analítico) del conocimiento pedagógico, sobre los estudiantes o el propio conocimiento didáctico del contenido.

### **La Formación de Conceptos Geométricos**

Gutiérrez y Jaime (1996) sostienen que en la formación de la imagen de un concepto juega un papel básico la propia experiencia y los ejemplos mostrados o usados en los contextos escolar y extraescolar. Esto se apoya en la diferenciación de Vinner (citado en Gutiérrez y Jaime, 1996) entre el concepto imagen (la representación mental que al estudiante evoca un término u objeto) y el concepto definición (enunciado verbal que un estudiante tiene en su memoria y recita cuando es requerido). Se constata que no siempre hay correspondencia entre el concepto imagen y el concepto definición.

Fischbein (1993), por su parte, distingue respecto de las figuras geométricas tres categorías de entidades mentales, aportando a la distinción de Vinner la idea del concepto figural, entendido como una realidad mental; el constructo maneja-

do por el razonamiento matemático en el dominio de la geometría. El concepto figural está desprovisto de cualquier propiedad concreta-sensorial (color, peso, etc.) pero exhibe propiedades figurales.

En nuestro trabajo hacemos uso de los tres primeros niveles de razonamiento geométrico establecidos en el modelo de Van Hiele. Dichos niveles son etapas por las que pasa el alumno para conseguir un nivel de abstracción y formalización en su razonamiento, los cuales guardan una jerarquización y secuencialidad entre ellos. A continuación se presenta la Tabla 1, adaptada y modificada de otra propuesta en Jaime y Gutiérrez (1990), que resume las características de los tres primeros niveles (los relativos a los resultados de nuestro trabajo).

Tabla 1  
*Características de los Tres Primeros Niveles de Razonamiento Geométrico Establecidos en el Modelo de Van Hiele*

Elementos explícitos (desarrollados)	Elementos implícitos (por desarrollar)	Tipos de redes construidas
Nivel I. Reconocimiento		
Percepción global de figuras	Conciencia de las partes y propiedades de las figuras	Muy simples
Nivel II. Análisis		
Identificación de las partes y propiedades de las figuras	Implicaciones entre las propiedades	<p>Simples</p> <p>Se amplían las subredes, pero continúan independientes</p> <p>Las relaciones, basadas en la memoria y la observación, se establecen entre cada propiedad y las representaciones verbal o gráfica de la figura</p>
Nivel III. Clasificación		
Implicaciones entre las propiedades	Deducción formal de teoremas	<p>Poco complejas</p> <p>Permiten integrar diversas subredes en una sola red, estableciendo relaciones lógicas utilizan-</p>

Tabla 1

*Características de los Tres Primeros Niveles de Razonamiento Geométrico Establecidos en el Modelo de Van Hiele*

Elementos explícitos (desarrollados)	Elementos implícitos (por desarrollar)	Tipos de redes construidas do materiales
---	---	--

### **Una Propuesta de Categorías para el Estudio del Conocimiento Geométrico**

Para operativizar el análisis del conocimiento geométrico del alumno, diferenciando gradientes en dicho conocimiento, nos hemos fijado en capacidades y destrezas relevantes desde el punto de vista del contenido.

Como Román y Diez (2004), entendemos que la capacidad es una habilidad general que utiliza o puede utilizar el aprendiz para aprender; su componente fundamental es cognitiva. De los cuatro grupos de capacidades diferenciados por estos autores, nos interesan las capacidades cognitivas y dentro de éstas la comprensión simbólica, la expresión simbólica, la orientación espacial, la inducción-deducción, el razonamiento lógico, el pensamiento operatorio y formal, la interiorización de conceptos y la planificación del conocimiento.

La destreza, por su parte, es una habilidad específica, que utiliza o puede utilizar un aprendiz para aprender. Un conjunto de destrezas constituyen una capacidad.

Las categorías establecidas para analizar el conocimiento geométrico que tienen los estudiantes (en función de capacidades) son las siguientes: percepción de la figura, descripción de la figura, definición matemática, razonamiento matemático y demostración matemática. La determinación de éstas se fundamenta principalmente en la descripción del modelo de razonamiento de Van Hiele y en consideraciones sobre el aprendizaje geométrico. Además, el diseño curricular nacional del Perú (Ministerio de Educación del Perú, 2008) apoya la importancia de estos procesos en el conocimiento matemático escolar. A cada una de estas categorías le hemos asociado destrezas que las detallan. En este artículo sólo se consideran dos categorías: percepción y definición matemática. Las destrezas consideradas en ellas son, respectivamente: (a) representación mental, observación directa e indirecta, e identificación de elementos reales y matemáticos, y (b) rigor y precisión, uso adecuado de vocabulario, formulación adecuada y correcta, y análisis-síntesis.

## METODOLOGÍA

Este estudio se sitúa dentro del paradigma interpretativo. Su objetivo es describir el conocimiento del contenido de estudiantes para profesor de matemáticas respecto de algunos temas geométricos, caracterizándolo en función de capacidades y destrezas derivadas de los niveles de Van Hiele (categorías de análisis construidas, explicadas en el epígrafe anterior). En lo que se refiere a este artículo, nos limitaremos a los resultados relativos al concepto imagen y concepto definición de polígono.

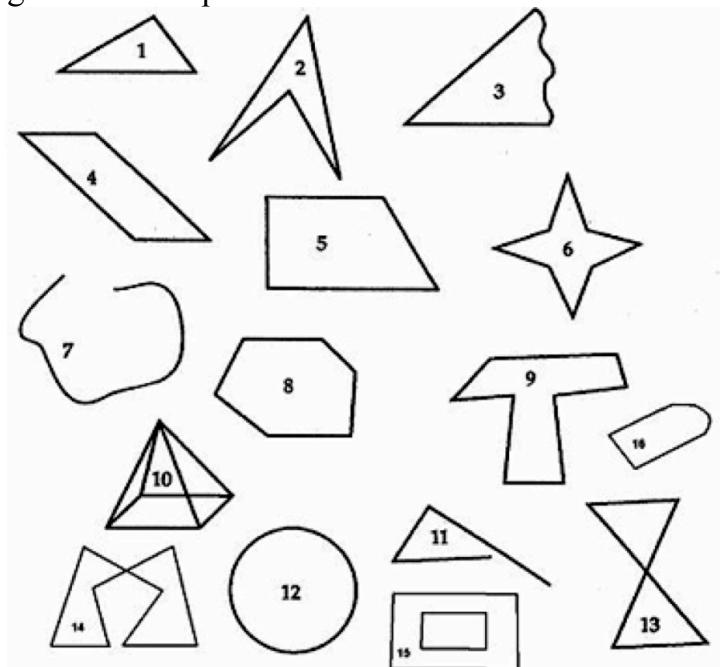
La muestra estuvo constituida por los 12 estudiantes que cursaban la mencionada asignatura Geometría Plana y Trigonometría. De ellos, se seleccionó a 2 para la descripción de sus modelos mentales, tomando en cuenta la corrección ( $E4^2$ ) y el error ( $E2$ ) en las respuestas vertidas.

Se elaboraron cuatro pruebas sobre los temas ángulos, triángulos y polígonos. En dicha elaboración se tuvo como referencia las actividades y tareas de las unidades de enseñanza Polígonos y Triángulos planteadas por Corberán, Gutiérrez, Huerta, Jaime, Margarit, Peñas, et al. (1994) y la investigación de Matos (1994). La aplicación de los test se realizó durante las sesiones correspondientes a las unidades didácticas propuestas en el programa, previo al abordaje en la asignatura de los contenidos sobre los que se les cuestionaba. En este trabajo tan sólo se han considerado los ítems 1 y 2 del test N° 3: Polígonos (ver Figura 1).

---

<sup>2</sup> Para referirnos a estudiantes particulares se empleará la letra “E” seguida de un número que permite distinguirlos.

1. Observe detenidamente cada una de las siguientes figuras. Indique aquellas que no son polígonos. Justifique en cada caso.



2. Defina qué es polígono

Figura 1. Test N° 3: Polígonos

Antes de analizar la información se establecieron indicadores en cada ítem y se asociaron estos con las categorías y destrezas señaladas previamente. Después se estableció si en cada indicador estaban presente o no dichas destrezas, o si los estudiantes evidenciaban matices peculiares, anecdóticos o extraños. En la Tabla 2 se muestran los indicadores y las destrezas correspondientes a los ítems 1 y 2.

Tabla 2

*Elementos para el Análisis del Conocimiento sobre Polígonos*

Categoría de análisis	Indicadores	Destrezas
	Ítem 1	
Percepción de la figura	Reconoce que sólo 3, 7, 10, 11, 12, 13, 14 y 16 no son polígonos	Representación mental
	Considera que los polígonos tienen lados rectilíneos, no curvos	Observación directa e indirecta
	Reconoce que los polígonos son figuras cerradas	Detectar elementos reales y matemáticos

Tabla 2  
*Elementos para el Análisis del Conocimiento sobre Polígonos*

Categoría de análisis	Indicadores	Destrezas
	Ítem 1	
	Sabe que los lados de un polígono no se pueden intersecar	
	Considera que los ángulos internos de un polígono pueden ser cóncavos	
	Ítem 2	
Definición matemática	Señala que el polígono es una figura cerrada	Rigor y precisión
	Indica que los segmentos (lados) deben ser no colineales	Uso adecuado de vocabulario
	Reconoce que los lados de un polígono no se cortan	Formulación adecuada y correcta
	Señala que los lados de un polígono deben ser coplanarios	Análisis y síntesis
	Reconoce la posibilidad de ser convexas o cóncavas	
	Indica la necesidad de tres o más segmentos	
	Define evitando enunciar propiedades irrelevantes (como suma de la medida de los ángulos internos...)	
	Al definir pone de manifiesto todas las propiedades determinantes	
	Define polígono regular como la figura de lados iguales y ángulos congruentes	

## RESULTADOS

A continuación, se presenta la discusión de los resultados generales de este estudio y posteriormente se caracterizan dos modelos mentales en función del conocimiento geométrico y de las capacidades y destrezas matemáticas manifestadas por los estudiantes E4 y E2.

### Resultados Generales

Se considera que un polígono es la unión de segmentos no colineales determinados por  $n$  puntos coplanarios distintos ( $n > 2$ ) en los que dichos segmentos no se intersecan, salvo en sus extremos. En lo que se refiere al ítem 1, sólo E9 reconoció correctamente los no polígonos (figuras 3, 7, 10, 11, 12, 13, 14 y 16) y sólo E1 y E4 señalaron además de éstas, otras figuras como no polígonos. Los no polígonos que más costó reconocer fueron las figuras 10 (pirámide), 13 (hexágono cruzado) y 14 (octágono cruzado). Además, dos estudiantes consideran los polígonos cóncavos (2 y 6) y los polígonos “raros” (9 y 15) como no polígonos. Esto confirma que los estudiantes tienen imágenes prototípicas (Hershkowitz, 1990) fuertemente establecidas que originan confusión con las que se apartan de ellas.

Reconocer las figuras 3 y 16 como no polígonos, confirma que los estudiantes tienen claro que un ángulo se forma por la unión de porciones de rectas (rayos), sin que puedan intervenir líneas curvas. No obstante, hay quienes no señalan que la circunferencia no es polígono (E7 y E8).

Todos los estudiantes conciben los polígonos como figuras cerradas, de aquí que hayan señalado a las figuras 7 y 11 como no polígonos, mientras que sólo cuatro estudiantes (E1, E4, E8 y E9) consideran que los lados de un polígono no se pueden intersecar.

Tres estudiantes (E1, E2 y E4) conciben los polígonos sólo como figuras convexas.

En lo que se refiere a la definición de polígono (ítem 2) sólo cuatro de ellos (E1, E4, E6 y E10) explicitan la característica de figura cerrada (aunque observamos que todos la consideraban en el ítem 1). Igualmente, aunque E1, E4, E8 y E9 consideran que los lados de un polígono no se pueden intersecar, sólo E1 y E3 lo explicitan al momento de definir.

Tres de los estudiantes (E1, E3 y E9) restringen, al definir polígono, que los lados de éste deben ser coplanarios. Estos alumnos son coherentes en lo que se refiere a señalar la figura 10 (pirámide) como no polígono. Mientras E3 cree que el triángulo no es un polígono, sólo tres estudiantes (E2, E8 y E11) explicitan que sí lo es. Finalmente, siete estudiantes (E4, E5, E6, E7, E8, E10 y E12) consideran en la definición de polígono alguna propiedad irrelevante.

### Modelo Mental de E4

E4 muestra un comportamiento coherente y estable en todos los tests. Ha sido el segundo en dar la mayor cantidad de respuestas correctas, correctas peculiares y en no producir respuestas correctas con matiz extraño.

#### *Conocimiento Geométrico*

E4 concibe como polígonos sólo las figuras convexas y prototipos a la vez. Así, a la figura 15 la considera no polígono, seguramente por su forma poco usual (parece un rectángulo dentro de otro). Esta postura se mantiene en todo el test



Nº3 aunque en una de sus preguntas traza las diagonales de polígonos cóncavos y poco comunes.

#### *Capacidades y Destrezas Matemáticas*

Las capacidades y destrezas matemáticas de E4 vinculadas a la percepción de la figura y a la definición matemática son las siguientes:

*Percepción de la figura.* Su percepción es bastante limitada ya que concibe sólo las figuras convexas como polígonos sin apelar al análisis de las figuras a la luz de las propiedades de cada cual.

*Definición matemática.* Aunque utiliza los términos geométricos al definir, no precisa todas las propiedades necesarias y suficientes de los polígonos, incluso excluye erróneamente los polígonos cóncavos e incluye las figuras de lados cruzados como la 13, pues no explicita que los lados del polígono no pueden cortarse. La definición dada fue: “Es una figura geométrica convexa, cerrada y plana en cuyo interior se forman ángulos de cada vértice y desde estos parten las diagonales”.

Lo descrito hasta aquí corrobora lo señalado en el nivel de análisis de Van Hiele, ya que cuando los alumnos definen en este nivel, se limitan a enunciar propiedades sin considerar las necesarias y las suficientes.

#### **Modelo Mental de E2**

E2 se ha caracterizado por proporcionar la mayor cantidad de respuestas incorrectas. Además, más que lo peculiar, resalta en él las respuestas con matiz extraño, tanto en aquellas que son correctas como en las incorrectas.

#### *Conocimiento Geométrico*

Su concepción de polígono es limitada y contradictoria. Lo define como “una figura geométrica convexa de lados, formada por la unión de tres o más segmentos”. Excluye, sin embargo, la figura 6 de los no polígonos y señala como no polígono la figura de lados cruzados 14, pero no la 13. Tampoco señala la figura 11 (abierta) como no polígono y en la justificación de las figuras consideradas como no polígonos (2, 3, 7, 10, 12, 14 y 16) afirma que los polígonos “deben cumplir como requisito que sean convexas y que estén formadas por la unión de segmentos rectos, más no curvilíneos”.

#### *Capacidades y Destrezas Matemáticas*

En el caso de E2 destacan las siguientes capacidades y destrezas matemáticas relativas a la percepción de la figura y a la definición matemática:

*Percepción de la figura.* La percepción adecuada de los polígonos se ve impedida por la confusa concepción que se tiene de aquel objeto, si bien afirma que los polígonos son figuras convexas, omite señalar como no polígonos las figuras 6, 9 y 13.

*Definición matemática.* La definición dada carece de rigurosidad y precisión. Por esta razón, le resulta complejo y contradictorio diferenciar entre un polígono y un no polígono.

La Tabla 3 resume y compara las capacidades y destrezas que evidenciaron E4 y E2 a lo largo del test aquí analizado.

Tabla 3

*Comparación de las Capacidades y Destrezas Matemáticas de E4 y E2*

E4	E2
Percepción de la figura	
Limitada y prototípica	Limitada y confusa
Lo que parece ser, es	Confía más en la apariencia de la figura que en la esencia de la misma
Descripción de la figura	
Observación y análisis indirecto y poco riguroso	Se reduce a lo que se percibe y sólo respecto de los polígonos convexos
La identificación de elementos se reduce a lo puramente perceptual y a lo memorístico para el caso de las fórmulas	
Definición matemática	
Utiliza vocabulario adecuado	Carece de rigor y precisión
Establece demasiadas restricciones, tales como excluir los polígonos cóncavos	Enuncia propiedades sin reparar si son necesarias y suficientes
Razonamiento matemático	
Explicita relaciones de dependencia entre lados, vértices, ángulos interiores y diagonales de un polígono	Explicita relaciones de dependencia entre lados, vértices, ángulos interiores y diagonales de un polígono pero sólo para los regulares

## CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos corroboran que el conocimiento geométrico de los estudiantes para profesor de matemáticas, en general, es limitado conceptualmente y por ello, carente de redes matemáticas complejas y de relaciones inclusivas entre varios objetos geométricos.

La apariencia de las figuras y lo percibido de una representación gráfica, predomina sobre los conceptos que los estudiantes tienen de los objetos geométricos, de allí que no buscan establecer herramientas de control para verificar la coherencia entre la imagen y la definición formal que se tiene sobre determinado objeto geométrico (coincidiendo con los resultados de Contreras y Blanco, 2002).

El desarrollo de capacidades y destrezas, propias de un razonamiento formal, no se evidencia en las respuestas vertidas por los estudiantes. Antes bien, se observa una postura eminentemente intuitiva, apoyada en lo concreto, en lo experimental (manipulativo) y en lo que “parece ser”.

Establecer definiciones matemáticas es una actividad ligada a prototipos y representaciones estereotipadas, además de vincularse con la ausencia de discriminación entre propiedades necesarias y suficientes. La fuerza de las imágenes estereotipadas se mantiene pues desde niveles de enseñanza básicos (Moriena y Scaglia, 2003; Scaglia y Moriena, 2005) hasta la formación de profesores.

Aunque nuestro objetivo no ha sido clasificar el razonamiento de los estudiantes en niveles de Van Hiele, los resultados obtenidos en el estudio completo indican que se moverían en los niveles 1 y 2 de los mismos, coincidiendo con los resultados de otros estudios con alumnos de secundaria y otros tópicos geométricos (Gualdrón y Gutiérrez, 2007).

## REFERENCIAS

- Ball, D., Thames, M. H. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Barrantes, M. y Blanco, L. (2004). Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(2), 241-250.
- Burton, K., Cooper, M. y Leedor, G. (1986). Representations of three-dimensional figures by mathematics teachers-in-training. En University of London Institute of Education (Eds.), *Proceedings of the 10<sup>th</sup> International Conference for the Psychology of Mathematics* (pp. 81-86). Londres, Inglaterra: Editor.
- Climent, N. y Carrillo, J. (2002). Ejemplificación de una propuesta formativa: el uso de situaciones de primaria en la formación inicial. En L. C. Contreras y L. J. Blanco (Eds.), *Aportaciones a la formación inicial de maestros en el área de matemáticas: una mirada a la práctica docente* (pp. 125-180). Cáceres, España: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Extremadura.
- Contreras, L. C. y Blanco, L. J. (2002). Un modelo formativo de maestros de primaria en el área de matemáticas en el ámbito de la geometría. En L. C. Contreras y L. J. Blanco (Eds.), *Aportaciones a la formación inicial de maestros en el área de matemáticas: una mirada a la práctica docente* (pp. 93-

- 124). Cáceres, España: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Extremadura.
- Corberán, R., Gutiérrez, A., Huerta, M., Jaime, A., Margarit, J., Peñas, A., et al. (1994). *Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele*. Madrid: CIDE y MEC.
- Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 24(2), 139-162.
- Gualdrón, E. y Gutiérrez, A. (2007). *Una aproximación a los descriptores de los niveles de razonamiento de Van Hiele para la semejanza*. En M. Camacho, P. Flores y P. Bolea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XI* (pp. 369-380). Tenerife, España: Caja Canarias y Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática SEIEM.
- Guillén, G. (2000). Sobre el aprendizaje de conceptos geométricos relativos a los sólidos. Ideas erróneas. *Enseñanza de las Ciencias*, 18(1), 35-53.
- Gutiérrez, A. y Jaime, A. (1996). Uso de las definiciones e imágenes de conceptos geométricos por los estudiantes de magisterio. En J. Giménez, S. Llinares y M. Sánchez (Eds.), *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la Educación Matemática* (pp. 143-170). Granada, España: Comares.
- Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. En P. Neshier y J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition* (pp. 70-95). Cambridge: Cambridge University Press.
- Jaime, A. y Gutiérrez, A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: el modelo de Van Hiele. En S. Llinares y M. V. Sánchez (Eds.), *Teoría y práctica en la educación matemática* (pp. 295-384). Sevilla, España: Alfar.
- Lincevsky, L., Vinner, S. y Karsenty, R. (1992). To be or not to be minimal? Student teachers' views about definitions in geometry. En W. Geeslin y K. Graham (Eds.), *Proceedings of the 16<sup>th</sup> International Conference for the Psychology of Mathematics* (Vol. 2, pp. 48-55). Durham, USA: University of New Hampshire.
- Matos, J. (1994). Cognitive models of the concept of angle. En J. P. da Ponte y J. F. Matos (Eds.), *Proceedings of the 18<sup>th</sup> International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 263-278). Lisboa, Portugal: Universidade de Lisboa.
- Ministerio de Educación del Perú (2008). *Diseño curricular nacional de educación básica regular*. Lima, Perú: Fénix.
- Moriena, S. y Scaglia, S. (2003). Efectos de las representaciones gráficas estereotipadas en la enseñanza de la geometría. *Educación Matemática*, 15(1), 5-19.
- Román, M. y Diez, E. (2004). *Diseños curriculares de aula. Un modelo de planificación como aprendizaje-enseñanza*. Buenos Aires, Argentina: Novedades Educativas.

Scaglia, S. y Moriena, S. (2005). Prototipos y estereotipos en geometría. *Educación Matemática*, 17(3), 105-120.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.

Este documento se publicó originalmente como Carreño, E. y Climent, N. (2009). Polígonos: Conocimiento especializado del contenido de estudiantes para profesor de matemáticas. En M. J. González, M. T. González y J. Murillo (Eds.), *Actas del XIII simposio de la SEIEM. Investigación en Educación Matemática* (pp.187-196). Santander, España: SEIEM y Universidad de Cantabria.

Emma Carreño  
Universidad de Piura  
emma.careno@udep.pe

Nuria Climent  
Universidad de Huelva  
climent@uhu.es