

# Simulación de patrones de fracturación en rocas, distribución y características de su geometría fractal. Conectividad y Percolación

*Simulation of fractured rocks patterns, distribution and characteristics of their fractal geometry. Connectivity and Percolation*

P. Gumiel (\*) y R. Hernández (\*)

(\*) ITGE, Ríos Rosas 23, 28003 Madrid

## ABSTRACT

The results of more than 1000 simulations carried out using the SIMFRAC Programme, on fracture generation in rocks is presented in this paper. A numerical simulation method has been used to predict connectivity of fractured rock masses. In all simulations performed there is a threshold of fracture density, below which fractures are poorly connected with no percolation. Where fracture density is at the Percolation Threshold, a continuous and connected Fracture Cluster is developed starting the percolation of the system. The geometrical configuration of the Critical Fracture Cluster is determined by his fractal dimension, which consequently may be used to measure the connectivity of fractured rock masses.

**Key words:** Simulation, Fractures, Fracture density, Fractal geometry, Connectivity, Percolation

Geogaceta, 20 (6) (1996), 1409-1412  
ISSN:0213683X

## Introducción

El estudio de la conectividad de fracturas es un problema complejo y de gran interés en varios campos de aplicación e imprescindible para determinar zonas donde se puede producir percolación de un fluido. Con objeto de comprender mejor la evolución de la distribución de fracturas en un sistema natural, caracterizar formalmente su geometría mediante su fractalidad y analizar sus relaciones de conectividad, se ha desarrollado un software específico, el Programa SIMFRAC (vs.1.0) sobre simulación de fracturas, cuyo fundamento y validación se presentan en este trabajo.

## Fundamentos del Programa de Simulación de Fracturas (SIMFRAC): Modelización en dos dimensiones (2-D)

El fundamento del Programa es la generación aleatoria de fracturas y la predicción del estado de conectividad de una masa rocosa fracturada, basadas en un método de simulación numérica. Las simulaciones generadas en el Programa cumplen los procedimientos que se explican a continuación:

**Área de simulación:** La región simulada de masa rocosa es un cuadrado de longitud unidad. La longitud mayor de fractura es fija, para así conseguir que las fracturas sean pequeñas en relación con las dimensiones de la región simulada, aunque el límite inferior de longitudes varía en las diferentes simulaciones.

**Distribución de longitudes de fractura:** La distribución de longitudes de fractura está controlada por dos parámetros; el primero es el tamaño de las fracturas, cuya longitud superior es constante en todas las simulaciones (0.25), y la inferior que es aleatoria entre 0.0005 y 0.15. El segundo control es el exponente crítico ( $e$ ). Se sabe que las longitudes de las trazas de la mayoría de las fracturas naturales siguen distribuciones exponenciales (Segall y Pollard 1983, Barton y Hsieh 1989, Heffer y Bevan 1990), por lo tanto, en las simulaciones realizadas con el Programa, se ha considerado también que las longitudes de las trazas de fractura muestran distribuciones exponenciales, en las que el número de fracturas ( $N$ ), de longitud ( $L$ ), sigue la ecuación  $N \propto L^{-e}$  (1), en la que el exponente crítico  $e$  varía entre 1.2 y 1.8.

**Generación de las fracturas:** Las fracturas se generan aleatoriamente, a partir de una distribución uniforme de sus centros geométricos en el área unidad. También se dibujan las trazas de otras fracturas relacionadas con las previamente generadas, mediante un proceso pseudoaleatorio de formación (Rives *et al.* 1992), que consiste en que solamente se seleccionan aquellas que están situadas a una distancia determinada de la fractura previa.

**Patrones geométricos de fracturación:** En base a la orientación de las fracturas, definida por el ángulo de su traza con los ejes de coordenadas de referencia, se han simulado los siguientes tipos de patrones

de fracturación: 1) Ortogonales, 2) Compresivos, 3) Cizalla frágil y 4) Polifásicos. Igualmente, los ángulos de las trazas con los ejes se seleccionan de forma pseudoaleatoria entre  $0^\circ$  y  $180^\circ$ . En el caso 1) Patrones Ortogonales, los ángulos entre las fracturas principales están a  $90^\circ$ . En el caso 2) Patrones Compresivos, se han simulado fracturas de cizalla conjugadas, con ángulos comprendidos entre  $25^\circ$  y  $35^\circ$ , junto con fracturas a alto ángulo con las de cizalla que representan fracturas de extensión, ortogonales al eje  $\alpha_1$ , cuando se relaja la carga o acortamiento. En el caso 3) Patrones de Cizalla frágil, la simulación se basa en la disposición geométrica de los diferentes grupos de fracturas que se presentan en casos de cizallamiento frágil (Riedel 1929, Tschalenko 1970, Wilcox *et al.* 1973, Harding 1974, Bartlett *et al.* 1981). El último patrón es el denominado polifásico y en él se dibujan varios sistemas de fractura aparentemente distribuidos de forma aleatoria, pero en realidad también estructurados.

**Tipos de rocas considerados:** Para intentar reflejar el grado de influencia de la litología en la fracturación, observando las diferencias geométricas en la distribución de los patrones de fractura, se han considerado 6 tipos de rocas, que aunque genéricos, cubren un espectro representativo de rocas con diferentes procesos genéticos, comprendiendo; rocas graníticas, basálticas, ultramáficas, metamórficas y sedimentarias (calcáreas y detriticas). Basado en el análisis de un centenar de datos experimentales de resistencia al esfuerzo en MPa/m,

de diferentes tipos de rocas en condiciones ambientales de Presión y Temperatura (Atkinson y Meredith 1987), se han obtenido una serie de valores medios para las rocas consideradas, los cuales se han introducido como parámetros de diferenciación (constantes) en los exponentes críticos, de forma que los diferentes exponentes caracterizan los tipos de rocas considerados, y pueden señalar diferencias geométricas en los patrones de distribución de fracturas.

**Densidad de fractura, Conectividad, Densidad Crítica de fractura y Umbral de Percolación**

Las fracturas se van generando secuencialmente mediante sucesivas iteraciones, según las reglas anteriormente explicadas. La densidad de fractura ( $\delta$ ) se ha definido como la longitud total de las trazas de fracturas ( $L_{if}$ ) por el área unidad (A), y es por tanto, la suma de las longitudes de todas las fracturas generadas ( $L_{if}$ ) en el área unidad.  $\delta = L_{if} / A$ ;  $\Sigma \delta_i = L_{if} / A$  (2). En simulaciones bidimensionales (2-D) es relativamente sencillo determinar si las fracturas están conectadas con sus vecinas, hallando los puntos de intersección, lo cual es la base del módulo de Percolación del Programa SIMFRAC. Por consiguiente, para poder llegar a definir la Conectividad, es condición necesaria calcular el Número de Intersecciones entre las fracturas para así determinar los puntos de conexión entre las mismas. La conectividad ( $C_f$ ) se ha definido como el número de fracturas conectadas ( $N_{if}$ ) con respecto al número total de fracturas ( $N_f$ ). Por consiguiente,  $C_f = N_{if} / N_f$  (3). A baja densidad de fracturación, las fracturas se presentan generalmente en grupos aislados, desconectados de sus vecinas, aunque algunas pueden estar conectadas localmente. Según aumenta la densidad de fracturación, se va conectando un mayor número de fracturas y se forma un grupo (cluster), cuyo tamaño varía según el patrón de simulación (Fig. 1). En este estadio todavía no hay continuidad de los conjuntos de fracturas conectados, a través de toda la masa de roca fracturada, pues en el cuadrado unidad (área de simulación que representa la masa rocosa), el grupo o grupos de fracturas conectadas todavía no interseca todos los límites del área.

Según aumenta la densidad de fracturación, se van generando más familias de fracturas, incrementándose también el grado de interconexión de los grupos, hasta llegar a un estado crítico, en el que el grupo de fracturas conectadas interseca los cuatro lados del cuadrado unidad y el sistema empieza a percolar. En este punto se ha alcanzado el Umbral de Percolación, y el grupo de fracturas conectadas constituye el Grupo de Percolación (Red de Percolación), a una determinada densidad de fractura asociada que recibe el nombre de Densidad Crítica de Fractura, y con un grado de Conectividad Crítico (Fig. 1). En este estadio crítico, familiar en estudios de redes (Stauffer 1985), determinadas propiedades físicas de

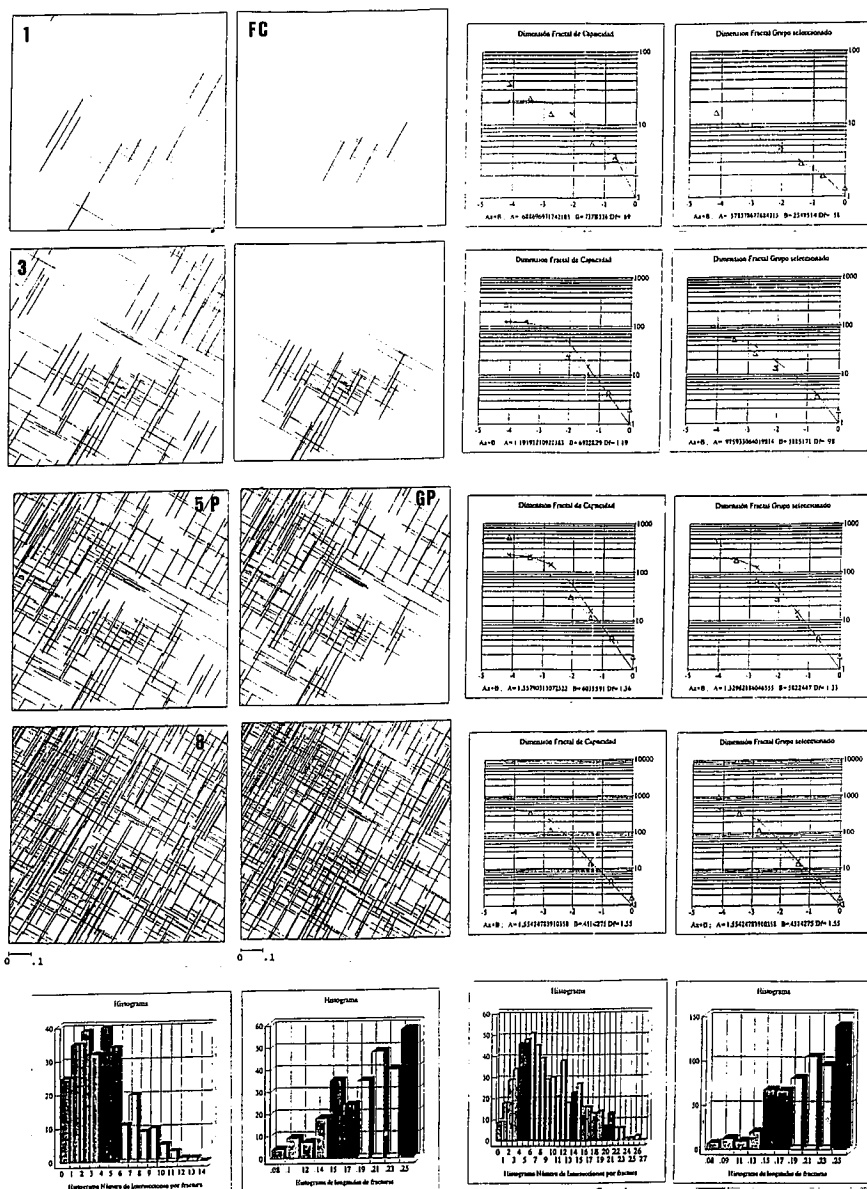


Fig.1.- Simulación aleatoria de patrones ortogonales de fracturación. Exponente:1.41. FC=Fracturas conectadas. P=Percolación. GP=Grupo de Percolación. Principales iteraciones ilustrativas: 1, 3, 5 y 8. Se han generado 5 familias de fracturas por iteración. Número total de fracturas generadas en las anteriores iteraciones: 23, 147, 278 y 604 respectivamente.

Fig.1.- Random simulation of orthogonal fracture patterns. Exponent=1.41. FC=connected fractures. P=Percolation. GP= The Percolation Cluster. Main iterations: 1, 3, 5 and 8. five fracture groups have been generated by iteration. The total number of fractures are 23, 147, 278 and 604 respectively.

la roca, que están relacionadas con la fracturación, sufren un brusco cambio, una especie de transición de fase. Concretamente, aumenta el número de fracturas transmisivas y la masa rocosa puede llegar a ser permeable.

Si se generan aún mas fracturas mediante sucesivas iteraciones, el Grupo de Percolación constituido por las fracturas conectadas, va creciendo hasta cubrir el área casi completamente, llegando hasta un estado de fragmentación de la masa rocosa (Fig. 1). Por último, hay que señalar que fracturas conectadas y no conectadas sue-

len estar presentes conjuntamente en cualquier sistema natural.

**Simulaciones realizadas con el Programa SIMFRAC: Metodología y registro de los parámetros de simulación**

La metodología de simulación ha consistido en generar diferentes fases evolutivas del proceso de fracturación y estudiar sus características. En todas las simulaciones se han registrado los siguientes parámetros (Tabla I): Número de Fracturas, Número de Intersecciones de fracturas, Co-

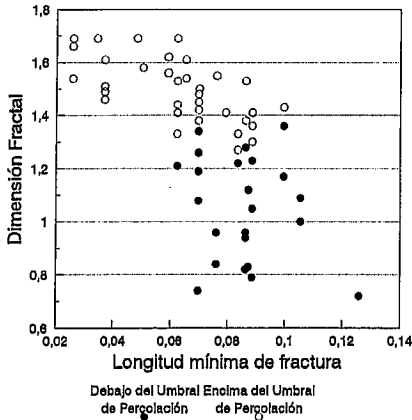


Fig. 2a.- Longitudes inferiores de fracturas vs dimensiones fractales.

Fig. 2a.- Lower fracture lengths vs fractal dimensions

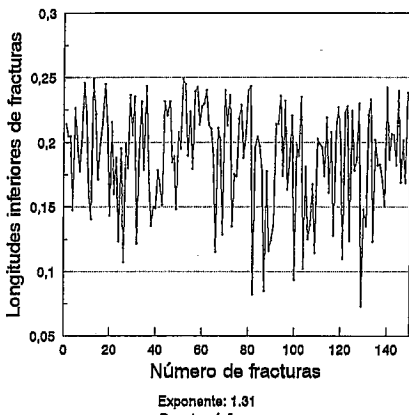


Fig. 2b.- Longitud inferior de fracturas vs número de fracturas, por iteración.

Fig. 2b.- Lower fracture lengths vs number of fractures by iteration.

nectividad, Densidad de Fractura, Rango de Longitudes Inferiores de fracturas y Dimensiones fractales del patrón y del Grupo seleccionado, en los diferentes estadios, pre-percolación (a baja densidad de fractura), en el valor crítico donde se alcanza el Umbral de Percolación, y en los estadios posteriores (alta densidad de fractura), hasta llegar a la fragmentación de la masa rocosa (Fig. 1).

El Número de fracturas que se genera en cada iteración es el primer dato que queda registrado y se ha considerado suficientemente representativo generar 5 familias de fracturas en cada iteración. Posteriormente, para poder llegar a definir la Conectividad es condición necesaria calcular el Número de Intersecciones entre fracturas, para así determinar los puntos de conexión entre las mismas. La Conectividad ya ha sido definida mediante la ecuación (3), y el Programa presenta, por una parte, un dato numérico que sería un parámetro de cuantificación del grado de conectividad, y por otra, es posible observar la distribución del número de intersecciones por fractura en las sucesivas iteraciones, mediante histogramas de frecuencia (Fig. 1). La Densidad de Fractura fué definida mediante la ecuación (2) y el

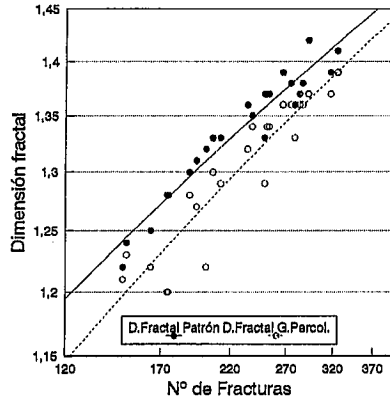


Fig. 3.- Dimensión fractal de patrones de Fracturas y Grupos de percolación.

Fig. 3.- Fractal dimension of fracture patterns and Critical Percolation Cluster.

rango de longitudes inferiores de fracturas es un número aleatorio comprendido entre los límites 0.0005 y 0.15. El Programa permite estudiar la distribución de las longitudes inferiores de las fracturas generadas en cada iteración, mediante histogramas de frecuencia (Fig. 1).

Por otra parte, el Programa SIMFRAC calcula las dimensiones fractales del patrón de fracturas y las de los grupos de fracturas generados en cada iteración. La dimensión fractal es un parámetro de cuantificación y medida de la homotecia interna y de la organización geométrica de las trazas de las fracturas en el área unidad. El Programa calcula dos dimensiones fractales; la denominada Dimensión de Capacidad, calculada por el método de "Contaje de Cajas", y la Dimensión de Masa, calculada por el método de "Agregación". (Ver desarrollo de ambos métodos en el Gumiel *et al.* 1995).

**Resultados de las simulaciones de fracturación realizadas con el Programa**

Con objeto de validar el Programa se han realizado mas de 1000 simulaciones (Fig. 1) para los distintos patrones de fracturación, así como para los diferentes tipos de rocas, y se han podido constatar los siguientes hechos:

1) La conectividad de una masa rocosa fracturada puede predecirse a partir del número de fracturas, de su distribución, de la longitud de las trazas y de las dimensiones fractales que caracterizan la geometría de los grupos seleccionados de fracturas. Estos parámetros permiten diferenciar claramente dos dominios que caracterizan una masa rocosa fracturada; uno no conectado y otro conectado, respectivamente por debajo y por encima del Umbral de Percolación (Fig. 2a).

2) La distribución de longitudes de fracturas es exponencial (Fig. 1). Ligeras desviaciones pueden ser debidas al escaso número de fracturas generadas en las iteraciones iniciales. A medida que aumenta el número de ellas (en torno a 1000 fracturas), la distribución es claramente exponencial positiva, creciendo hasta 0.25, que es el censor impuesto respecto al tamaño mayor de longitudes de fracturas.

3) Las relaciones entre longitudes inferiores de fracturas y número de fracturas por iteración pueden observarse en la Figura 2b. Se han seleccionado las longitudes inferiores de fracturas generadas en la iteración en la que se alcanza el Umbral Crítico de Percolación, y como puede observarse, las longitudes muestran típicos registros brownianos (procesos de Poisson).

4) A medida que aumenta el número de fracturas, aumenta la dimensión fractal del patrón, y va siendo mayor el número de fracturas interconectadas (Fig. 1). Cuando la masa de roca fracturada, representada por el área de simulación, tiene una densidad de fractura por debajo del valor crítico, no hay un grupo continuo de fracturas sino que existen conjuntos aislados conectados entre sí, pero todavía no hay percolación. Cuando se llega al valor crítico, el grupo de fracturas adquiere un tamaño y grado de conectividad suficiente, como para intersectar los cuatro lados del cuadrado y permitir la percolación. En este momento, se ha llegado al Umbral Crítico de Percolación, a una determinada densidad de fractura (densidad crítica) y con una configuración específica determinada por su dimensión fractal. En las simulaciones realizadas, el Umbral Crítico se alcanza a una densidad crítica de fractura que tiene un rango de valores comprendido entre 39 y 63, con la única excepción de los patrones de cizalla frágil, donde la densidad llega hasta 99, ya que hay mayor número de intersecciones por fractura. Igualmente, cuando se alcanza el estado crítico, el número de fracturas existente oscila entre 150 y 320, dependiendo del exponente considerado y del modelo de simulación. Por su parte, el grado de conectividad entre fracturas oscila entre 1.4 y 4.5 en aquellos sistemas donde se produce percolación (Tabla I), dependiendo del tipo de patrón de fracturas considerado.

5) En todas las simulaciones realizadas, el grupo de fracturas que provoca la percolación (Grupo de Percolación) representa una más o menos compleja red de fracturas, que cubre parcialmente el área simulada y conecta los cuatro lados del cuadrado, dando lugar a una estructura de tipo fractal. Obviamente, la dimensión fractal del Grupo de fracturas es un número fraccionario menor que 2, que sería la dimensión del área cuadrada de simulación si el espacio estuviese completamente relleno de fracturas. Por consiguiente, las características geométricas del Grupo de Percolación pueden describirse mediante su dimensión fractal.

La dimensión fractal del Grupo de fracturas ( $D_{fg}$ ) aumenta según aumenta la densidad de fractura, y es independiente de la distribución de tamaños de fracturas y de los diferentes patrones de fracturación considerados. La dimensión fractal del patrón de fracturas ( $D_{fp}$ ) muestra un rango de valores comprendido entre 1.22 y 1.42 en los diferentes patrones de simulación considerados, mientras que la dimensión fractal del Grupo Crítico de Fracturas ( $D_{fg}$ )-Grupo de Percolación- es menor y tiene un rango de valores comprendido entre 1.2 y 1.39 (Figs. 1, 3 y Tabla I). Una vez sobrepasado

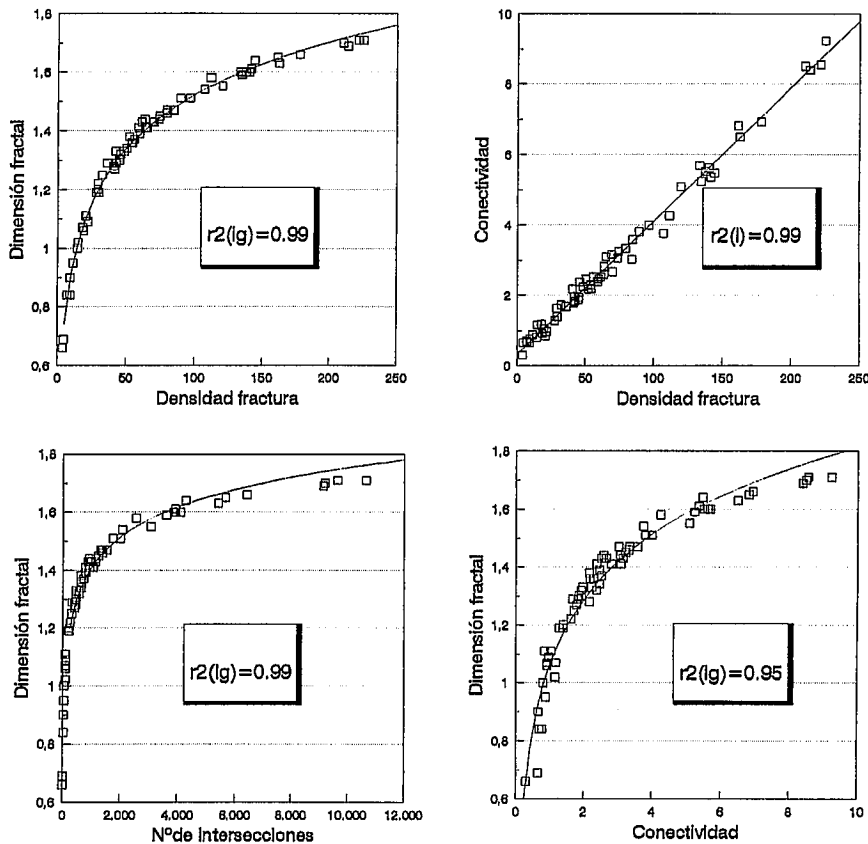


Fig. 4.- Simulación de Patrones Ortogonales de Fractura.

Fig. 4.- Simulation of Orthogonal fracture patterns.

el Umbral de Percolación, la dimensión fractal del Grupo de Percolación aumenta con el número de fracturas, según se realizan nuevas iteraciones. Cuando la dimensión fractal del Grupo tiende a igualarse a la del patrón de fracturas, se alcanza el estado de fragmentación de la roca (Fig. 1).

6) Se ha constatado que hay un alto grado de correlación entre dimensión fractal/densidad de fractura, dimensión fractal/número de intersecciones y entre dimensión fractal/conectividad, en todos los patrones de simulación considerados (Fig. 4), con curvas de regresión logarítmicas y coeficientes de correlación que oscilan entre 0.95 y 0.99.

**Conclusiones**

En todas las simulaciones realizadas se constata que la dimensión fractal aumenta con la densidad de fractura, independientemente del patrón de fracturación considerado y del tamaño de las fracturas. Por consiguiente, en base a estos parámetros se puede predecir el estado de conectividad de una masa rocosa fracturada.

Los resultados obtenidos indican que las longitudes de fracturas, la variación del exponente y la orientación, son factores que no influyen de forma considerable y sistemática en la dimensión fractal del Grupo Crítico de Percolación. Por el contrario, si afecta de forma primordial la densidad de fractura de la masa rocosa, aunque hay algunas variaciones locales de carácter aleatorio. Para aquellos Grupos de Percolación con tamaños inferiores de fracturas entre 0.0005 y 0.15, y exponentes entre 1.2 y 1.8, las dimensiones fractales críticas oscilan entre 1.20 y 1.39, valores que son del mismo orden de magnitud que los obtenidos por Zhang y Sanderson (1994) utilizando otros métodos de simulación numérica.

En la aplicación a casos reales, un hecho a destacar es que el grado de conectividad de una masa rocosa está relacionado con las características de las fracturas y su disposición geométrica en la roca. El control de la fractalidad de los grupos de fracturas, mediante el conocimiento del espectro de dimensiones fractales, es un parámetro crítico de caracterización geométrica de las fracturas conectadas.

NºFract.	NºInter.	Conect.	Densidad	Long.fr.	D.Fractal	D.Fractal Grupo
1) Ortogonales						
278	640	2.3	53.77	0.0961	1.36	1.33
325	915	2.82	63.68	0.0925	1.41	1.39
283	715	2.53	55.83	0.0574	1.37	1.36
249	537	2.24	48.28	0.1241	1.33	1.29
317	785	2.47	59.76	0.0787	1.39	1.37
286	620	2.7	52.11	0.0292	1.38	1.36
2) Compresivos						
212	473	2.23	48.17	0.092	1.33	1.29
174	247	1.42	38.0	0.0613	1.28	1.2
206	380	1.84	46.26	0.081	1.33	1.3
194	377	1.94	43.93	0.0914	1.31	1.27
201	323	1.61	44.51	0.0499	1.32	1.22
175	257	1.47	38.45	0.0523	1.28	1.2
3) Cizalla Trasl						
238	835	2.51	91.69	0.0698	1.35	1.34
274	1229	4.49	99.42	0.0995	1.38	1.36
150	381	2.54	56.38	0.0885	1.28	1.23
164	451	2.75	59.61	0.0835	1.25	1.22
148	413	2.79	55.75	0.0623	1.22	1.21
189	518	2.74	72.66	0.0862	1.3	1.28
4) Polifásicos						
234	549	2.35	44.67	0.1842	1.36	1.32
253	780	3.08	69.31	0.1173	1.37	1.34
249	651	2.61	47.48	0.1054	1.37	1.33
292	957	3.28	55.69	0.0922	1.42	1.37
251	784	3.12	48.36	0.075	1.37	1.34
266	645	2.42	49.35	0.0823	1.39	1.36

Tabla I.- Dimensiones fractales en el Umbral Crítico de Percolación

Table I.- Fractal dimensions at the Critical Percolation Threshold

**Agradecimientos**

Este trabajo encuadra dentro del Proyecto de Investigación PB92-0314, que ha sido financiado por la DGICYT.

**Referencias**

Atkinson B.A. & Meredith P.G. (1987): in *Fracture Mechanics of Rock* (Atkinson B.K. ed.), Academic Press Geology Series, 477-525.

Bartlett W.L., Friedman M. & Logan, J.M.(1981): *Tectonophysics*, 79, 255-277.

Barton C.C. & Hsieh P.A. (1989): 28th *Int.Geol.Congress*, Field Trip Guidebook T-385, 1-31.

Gumiel, P. ; Campos, R.: Sanderson, D. J. y Roberts, S. (1995): *Bol. Geol. Min.* 106-4,316-337

Harding T.P. (1974): *The American Assoc. of Petrol. Geol. Bull.*, v. 58-7, 1290-1304.

Heffer K.J & Bevan T.G. (1990): *Soc. Pet. Eng. SPE* 20981, 367-376.

Riedel W. (1929): *Centralbl.f.Mineral. Geol. U.Pal.v.B.*, 354-368.

Rives T., Razak M, Petit J.P. & Rawnsley K.D. (1992): *Jour. Struct.Geol.* 14, 925-937.

Segall S.W. & Pollar D.D. (1983): *GSA Bull.* 94, 563-575.

Stauffer D. (1985): *Taylor & Francis*, London.

Tchalenko J.S. (1970): *Geol.Soc. of Amer. Bull.*, v.81, 1625-1640.

Wilcox R.E.,Harding T.P.&Seely D.R. (1973):*The Ammer. Ass. of Petrol. Geol. Bull.* v. 57-1, 74-96.

Zhang X & Sanderson D.J. (1994): in *Fractals and Dynamic Systems in Geoscience*, Kruhl J.H. (ed.) Springer Verlag, 37-52.