

Experiencias docentes basadas en metodologías activas

DATOS GENERALES

Institución/centro: Universidad de Huelva

Titulación: Maestro de Lengua extranjera (válido también para otras especialidades)

curso: 2º

Asignatura: Matemáticas y su Didáctica

Profesor: María de la Cinta Muñoz Catalán

DATOS ESPECÍFICOS DE LA ACTIVIDAD

Título de la actividad:

“Takumi y los sistemas de numeración”

Breve resumen de la actividad (Abstract)

La actividad se desarrolla a través de la historia de Takumi, un joven indígena africano que siente curiosidad por mejorar el sistema numérico que utiliza para representar la cantidad de piezas cazadas a lo largo de su vida. La historia facilita que los alumnos se identifiquen con Takumi, haciéndolos protagonistas de las soluciones a los problemas que se les presenta.

La actividad posee un doble foco: el contenido matemático y

determinados aspectos didácticos del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Se trata, por un lado, de que los alumnos profundicen en las características de los distintos sistemas de numeración, apreciando cada uno de ellos en función de las limitaciones que superan y que generan. Por otro lado, de que conozcan y valoren otra estrategia didáctica alternativa a la clásica expositiva, así como la necesidad de establecer momentos de reflexión en la actividad que hagan al alumno protagonista y responsable de su aprendizaje.

Objetivos:

- Conocer y familiarizarse con los distintos sistemas de numeración, apreciándolos como las distintas respuestas que los grupos humanos han proporcionado al problema de la cuantificación de la realidad.
- Analizar y comparar los sistemas de numeración en función de las limitaciones que superan y que generan.
- Valorar el papel que juega la introducción de momentos de reflexión sobre lo que se aprende.
- Reflexionar sobre las características de otras estrategias de enseñanza diferente a la tradicional o expositiva.
- Desarrollar una actitud crítica hacia las oportunidades de aprendizaje que se les proporciona, apreciando qué aporta esta actividad para su formación como maestros respecto de la enseñanza de las matemáticas.

Contenidos:

Conceptuales

- Propiedades y principios de cada sistema de numeración, principalmente de nuestro sistema de numeración decimal.
- Conceptos de base del sistema de numeración, signos del sistema, principio aditivo y sumativo, valor de posición.

Procedimentales

- Análisis de las ventajas e inconvenientes de cada sistema de numeración.
- Representación de cantidades numéricas con los sistemas de numeración romano, griego y egipcio. Comparación entre ellos, en cuanto a la representación y operaciones numéricas.
- Reflexión sobre los contenidos y sobre la estrategia didáctica empleada. Valoración del papel de esta reflexión en el proceso de aprendizaje.

Actitudinales

- Desarrollo de una actitud crítica hacia las oportunidades de formación que se les ofrece.

Estrategia utilizada:

Estrategia de aprendizaje basada en casos

Descripción pormenorizada de la actividad implementada:

Al inicio de la actividad, los alumnos se organizan en grupos de 3 a 4 alumnos. No conviene que los grupos sean muy numerosos para favorecer que todos se impliquen. El docente ha de dar unas

orientaciones previas para introducir a los alumnos en la actividad y hacerlos partícipes de cuál va a ser su papel en ella y qué es lo que van a aprender.

La actividad se desarrolla en dos fases: en la primera, los alumnos dan respuestas a las preguntas que se les va planteando a lo largo del caso de Takumi, entremezclando el trabajo en grupo y las puestas en común. En la segunda fase, se promueve que los alumnos reflexionen sobre qué es lo que han aprendido, tanto respecto del contenido matemático, como en lo referente a su formación como maestros.

El trabajo en torno a los sistemas de numeración sigue la siguiente dinámica. La historia de Takumi se proyecta en la pared, bien mediante transparencias o mediante diapositivas realizadas en Power Point y es leída en voz alta por el docente (o un alumno). La historia está fragmentada en una serie de 'tareas' que, bajo un formato de preguntas, ayudan al alumno a profundizar en las características de cada sistema de numeración y a apreciar sus ventajas y limitaciones.

Para la realización de estas 'tareas', los alumnos trabajarán en grupos, los cuales designarán a un representante para la posterior puesta en común. El papel del docente consistirá en gestionar dicho trabajo en grupo y la puesta en común, promoviendo la discusión entre respuestas diferentes y la obtención de acuerdos válidos.

En la segunda parte, los alumnos han de reflexionar sobre lo trabajado a lo largo de la actividad. La reflexión gira en torno a tres focos: el contenido matemático puesto en juego, la propia actividad de Takumi (tipo de actividad y estrategia didáctica que utiliza) y la importancia de promover la reflexión sobre lo trabajado (toma de conciencia sobre lo aprendido y valoración crítica de su relevancia para su formación). Dicha reflexión está dinamizada a través de una

serie de preguntas que también serán proyectadas en la pared. Con el fin de promover esta reflexión, se dará un tiempo para que, bien individualmente o bien en grupo, respondan por escrito a dichas preguntas. A diferencia de la fase anterior en la que sólo intervenía el representante de cada equipo, en esta puesta en común todos pueden participar para expresar su opinión y discutir con sus compañeros su postura. Puesto que muchos de ellos siguen dando importancia a la exposición magistral, se trata de suscitar un debate en el que las diversas posturas entren en conflicto.

Temporalización:

Una sesión de 2 horas, con posibilidad de continuar en la siguiente.

Recursos necesarios (Adjuntar como anexo):

- La historia de Takumi (se adjunta como anexo)
- Transparencias y retroproyector/ordenador y cañón
- Documento con los signos y reglas pertenecientes a los sistemas de numeración Romano, griego y egipcio (se adjunta como anexo).
- Pizarra y tizas.

Evaluación: criterios de evaluación e instrumentos (adjuntar como anexo)

- Conoce los distintos sistemas de numeración y los valora en cuanto a las dificultades que genera y a las que da respuesta.
- Aprecia los sistemas de numeración como elementos propios de una cultura que intentaron dar solución a los problemas de cuantificación.
- Conoce y utiliza criterios específicos, apropiados para analizar y comparar los sistemas de numeración.
- Utiliza argumentos para analizar críticamente el uso de estrategias de enseñanza tradicionales.
- Valora el papel que la introducción de momentos de reflexión sobre lo trabajado juega en el aprendizaje.

Valoración personal de la experiencia (posibles dificultades y orientaciones):

Es una actividad interesante, que consigue implicar a los alumnos en el planteamiento de cuestiones referentes a los sistemas de numeración de una manera atractiva, ya que experimentan las dificultades que cada sistema posee y a las que intenta dar respuesta.

A continuación, presento algunas reflexiones personales acerca de lo que considero que ayudó en la correcta marcha de la actividad y proporciono algunas sugerencias y orientaciones que pueden mejorarla.

En la tarea 4, aunque no lo tenía previsto, introduje la tabla que permite comparar la representación de cada número con cada sistema de numeración. Fue muy útil porque propicia la realización de una lectura tanto vertical, facilitando dicha comparación, como

horizontal, permitiendo analizar las semejanzas y diferencias en la representación y operación dentro de cada sistema.

Puede ser interesante que los alumnos traigan leído previamente el capítulo de Castro y Castro (2001) para situarlos en lo que van a trabajar y tengan ya algunas nociones. De todas formas, no es un aspecto imprescindible.

Como puede observarse en la actividad, en algunas tareas se proporcionan las respuestas correctas a cada pregunta. Es decisión del docente si quiere ofrecérselas al alumno y cuándo quiere hacerlo. Con independencia de dicha decisión, se les puede pedir que realicen un resumen final, en el que reestructuren y sistematicen el contenido trabajado, que puede servir de evaluación de la actividad.

El ritmo de la actividad se vio ralentizado por el hecho de que los alumnos querían copiar tanto la historia como las preguntas de las tareas, lo que impidió que muchos de ellos se implicaran en el ritmo de la actividad. Este problema puede solucionarse si se les proporciona la historia antes de trabajarla.

Un aspecto que el docente debe controlar en esta actividad es la gestión del tiempo. Por un lado, debe propiciar una dinámica ágil y participativa en la que la alternancia de trabajo en grupo y puesta en común no sea muy pesada. Por otro lado, debe decidir en qué 'tareas' merece la pena extenderse más y en cuáles menos, con el fin de destinar un tiempo prudencial para la segunda fase de reflexión, que incide en la componente didáctica de la formación del profesor. Aunque podría posponerse para la próxima sesión, conviene que se realice lo más próximo posible en el tiempo a la primera fase, con el fin de evitar la pérdida de frescura y de información.



METODOLOGÍA ACTIVA EN EL MARCO DEL EEES

Bibliografía utilizada

*Castro E. y Castro, E. (2001): "Capítulo 6. Primeros conceptos numéricos", en Castro, E. (Ed), *Didáctica de la Matemática en la Educación Primaria*, Madrid: Síntesis. pp. 123-149.

TAKUMI Y LOS SISTEMAS DE NUMERACIÓN

Takumi es un niño indígena que vive en un poblado africano con su familia. Hoy cumple su mayoría de edad y en su cultura, este acontecimiento se celebra con ritos que simbolizan su nueva posición en la sociedad como adulto. La tradición ordena que la familia de Takumi ha de hacer ofrendas a los dioses, que después repartirán entre las familias más pobres (cuyos padres de familia han fallecido). Takumi, su padre y sus hermanos han salido muy temprano a cazar; todos están muy contentos porque los dioses les han favorecido con una gran variedad y cantidad de especies: ardillas, pájaros, lagartos, zorros, ciervos... en total 23 animales. Cuando llega a su casa, quiere dejar constancia de su buena suerte y lo anota en una piedra de su choza.

TAREA 1

Sabiendo que Takumi no conoce nuestros signos numéricos ¿cómo crees que lo habrá escrito?

(Respuesta: //////////////////////////////////////)

Esto es una *representación simple* del número 23)

-¿Qué ventajas posee esta forma de representación?

(Respuesta: Total correspondencia entre la representación y el número de objetos que se cuenta)

-¿Cómo se realizan las operaciones?

(Respuesta: Para sumar se computan conjuntamente los trazos de los dos sumandos y para restar, se van quitando del conjunto de trazos que indican el minuendo la cantidad que indica el sustraendo)

-¿Qué inconvenientes posee?

(Respuesta: Dificultad para representar y operar con cantidades grandes)

Denominamos a este tipo de sistema de numeración, de *representación simple*.

En dicha piedra, Takumi había ido anotando a lo largo de toda su vida el número de piezas que él había conseguido. ¡Eran muchísimas! Así que se armó de paciencia y dedicó todo un fin de semana a contar el número de trazos de la piedra. Había cazado un total de 1452 piezas y pensó que ese sistema de numeración no le convenía. Comenzó con los 23 anteriores y pensó en otro modo más sencillo de contar.

TAREA 2

¿Cómo crees que Takumi pudo representar esta cantidad?

(Respuesta:

///// ///// ///// ///// /// (4 grupos de 5+3)

////////// ////////// /// (2 grupos de 10+3)

// // // // // // // // // // // // // // // (10 grupos de 2+1)

Estas representaciones son de *agrupamiento simple*.)

-Este sistema de numeración cuenta con el siguiente requisito: es necesario fijar un número para formar los grupos, que es lo que se conoce como “base del sistema de numeración”. Se seleccionaba según un criterio de utilidad práctica. Ejemplos de bases utilizadas a lo largo de la historia: 10, 12, 60 (babilonios), 20 y 5 (mayas), 2 (en la informática en la actualidad).

-¿Qué ventajas posee respecto del sistema de numeración anterior?

(Respuesta: Facilita el recuento de los objetos)

-¿Qué dificultades plantea?

(Respuesta: Cuando hay un número de grupos numeroso, de nuevo es difícil determinar cuántos hay)

-1205 en base 2 obtendríamos 602 grupos de 2+1. ¿Existe algún número que en base tenga de resto 3? ¿Cuántos puede sobrar como máximo en base 2? ¿Y en base 5? ¿Y en base 10?

Denominamos a este tipo de sistema de numeración, de *agrupamiento simple*.

Al Takumi le gustó esta forma de contar agrupando los trazos. No obstante pensó que era sencillo para contar las 23 piezas de la jornada de hoy pero no las 1452 de toda su vida, ya que obtendría un gran número de grupos, difíciles de contar.

TAREA 3

-¿Qué podría hacer ahora Takumi? ¿Podrías ayudarlo?

(Respuesta: La solución es aplicar a los grupos formados la técnica de formar con ellos nuevos grupos, teniendo en cuenta siempre la base)

// //
// //
// //
// //
// //
// /
23 en base 2

Denominamos a este tipo de sistema de numeración, de agrupamiento múltiple

Se caracteriza por las siguientes propiedades:

- Existencia de “Unidades de distinto orden”: /, //, // //
- “n unidades de un orden forman una unidad de orden superior” (base n)
- Surge la necesidad de escribir los números de forma simbólica para cada unidad de orden diferente.

Takumi se dirigió al sabio del poblado para consultarle su problema a la hora de representar el 1452 y éste le habló de tres sistemas de numeración clásicos:

- El sistema de numeración griego
- El sistema de numeración egipcio
- El sistema de numeración romano.

El sabio Muchosé le dejó unos pergaminos con los signos y normas para la representación de números en cada sistema. Le pidió que estudiara bien estos sistemas y le formuló las siguientes preguntas para que las trajera resueltas para la semana siguiente. Ayuda a Takumi a responderlas.

TAREA 4

-¿Cómo representarías los siguientes números en cada sistema?

28, 506, 999, 1074

-¿Qué semejanzas y diferencias existen entre estas representaciones? ¿Qué ventajas tiene uno sobre otro?

-¿Cómo sumarías $38+16$ en cada sistema de numeración? ¿Con cuál resulta más fácil y con cuál más difícil?

-¿Cómo se representa el número 0 en cada uno de ellos?

Te resultará más fácil responder a estas preguntas si colocas los resultados en una tabla como ésta:

	28	206	999	1074	$38+16$
S. N. Griego					
S. N. Egipcio					
S. N. Romano					

Denominamos a este tipo de sistema de numeración: *sistema de numeración aditivo*

Se caracteriza por las siguientes propiedades:

El principio fundamental que subyace en estos sistemas es el aditivo: el número es el resultado de sumar los valores de los signos escritos. Se caracteriza por:

-La cantidad de unidades de cada orden están físicamente presentes.

-Los símbolos pueden ponerse en cualquier orden y sigue representando el mismo número.

-El 0 se representa por la ausencia de unidad de un orden determinado.

-Inconveniente: hay que inventar nuevos signos a medida que los números van aumentando.

A la semana siguiente, Takumi le lleva todas las tareas realizadas a Muchosé y éste se pone muy contento de todo lo que había trabajado y lo que se había aplicado. Sin embargo, Takumi no estaba totalmente satisfecho. Le comenta al sabio que él quería inventar otro sistema que combinase la facilidad de los cálculos de los sistemas de numeración egipcio y griego y la simplificación numérica del romano. Muchosé, impresionado con la preocupación del muchacho, le explica que existe otro tipo de sistema que cumple todos los requisitos que Takumi había impuesto. Se trataba de los sistemas de numeración posicionales y comenzó a indicarle sus características principales:

TAREA 5

-Trata de extraer las características de nuestro sistema de numeración decimal en función de los siguientes elementos:

- Qué indica en qué unidad estamos operando (unidad, decena, centena)
- Qué signos utiliza y qué información proporcionan
- ¿Cómo se representa el 0? ¿Para qué crees que sirve el 0 en nuestro sistema de numeración?
- Qué principio crees que lo define
- Otros:

El sistema de numeración posicional se caracteriza por las siguientes propiedades:

-Supone un cambio de asignación de los signos básicos. Ya no se asignan a cada unidad de distinto orden (para las unidades, decenas, centenas...), sino a cada número menor que la base. En el SND: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

-Estos signos se utilizan también para indicar el número de cada potencia de la base que interviene en la representación del número. Se le atribuye el *principio multiplicativo*:

84.935 indica que el 10^4 aparece 8 veces, que 10^3 aparece 4 veces, 10^2 aparece 9 veces, 10^1 aparece 3 veces y además 5 unidades. Según esta idea el número anterior es: $8 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 5$

-Posee un *principio aditivo*: El valor de esta expresión es el mismo cualquiera que sea el orden en el que se dispongan los sumandos:

$$5 + 3 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^4$$

$$4 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^1 + 5 + 9 \cdot 10^2$$

- Principio de *ordenación descendente* de izquierda a derecha de las potencias de la base. Es un convenio.
- Principio de *valor de posición*: El adoptar los criterios anteriores permite prescindir de las potencias de la base y escribir sólo las cifras multiplicadoras: 8 4 9 3 5 en el mismo orden. La potencia de la base a la que multiplican queda determinada por la posición que ocupan.
- Necesidad de *introducir el 0* cuando no hay potencias intermedias entre otras dos con el fin de marcar la posición. Ejemplo: 67049 indica que no hay centenas

REFLEXIONAMOS SOBRE ESTA ACTIVIDAD

-¿Qué sistema de numeración es el más práctico y efectivo tanto para representar como para efectuar operaciones?

-¿Qué habéis aprendido con esta actividad?

-¿Qué aporta el personaje de Takumi a la actividad?

-¿Qué contenidos matemáticos se trabaja con esta actividad?

-¿Qué diferencias existen entre trabajar la actividad de esta forma o explicar teóricamente cada tipo de sistema de numeración de cara al aprendizaje de los alumnos?

-¿Creéis que tiene sentido trabajar los sistemas de numeración romano, griego y egipcio? ¿Sirve sólo de motivación? ¿Para qué consideráis que puede ser interesante?

-¿Qué pensáis sobre este momento de reflexión? ¿Es necesario? ¿Qué aporta de cara al aprendizaje de los alumnos?

SIGNOS Y REGLAS DE ALGUNOS SISTEMAS DE NUMERACIÓN CLÁSICOS (I)

SISTEMA DE NUMERACIÓN ROMANO

Símbolos utilizados:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Reglas para representar una cantidad:

-Se repiten los símbolos tantas veces como sea necesario hasta que la suma de sus valores sea igual a la cantidad que queremos representar.

-Para cada número se presenta la mínima cantidad de símbolos necesaria, ordenándolos de mayor a menor.

-Los casos en los que aparecen el 4 y el 9 se deben representar como se indica en la tabla siguiente.

4	9	40	90	400	900
IV	IX	XL	XC	CD	CM

Para obtener el valor de cada número, al signo de la derecha se le resta el de la izquierda.

SISTEMA DE NUMERACIÓN EGIPCIO

Símbolos utilizados:

1	10	100	1000

Reglas para representar una cantidad:

-Repetían el símbolo de las unidades tantas veces como unidades había, hasta un máximo de nueve. Hacían lo mismo con las decenas, centenas, millares, etc.

-Cada tipo de símbolo lo presentaban agrupado en filas y columnas

de tres cada una.

SIGNOS Y REGLAS DE ALGUNOS SISTEMAS DE NUMERACIÓN CLÁSICOS (II)

SISTEMA DE NUMERACIÓN GRIEGO

Símbolos utilizados:

	∏	△	◻△	H	◻H	X	◻X	M
1	5	10	50	100	500	1 000	5 000	10 000

Reglas para representar una cantidad:

- Repetían cada símbolo hasta un máximo de cuatro veces. No los presentaban en filas y columnas como los egipcios.
- Cuando el símbolo del cinco cubría a otro, lo multiplicaba por cinco.